

ORSAY

N° D'ORDRE :

**UNIVERSITE DE PARIS-SUD
U.F.R SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

THESE

présentée

Pour obtenir

**Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITE PARIS XI ORSAY**

PAR

ANTOINE BRET

**SUJET : RALENTISSEMENT D'AGREGATS CHARGES PAR LES
ELECTRONS LIBRES D'UN PLASMA**

Soutenue le Vendredi 8 Avril 94 devant la Commission
d'examen

MM. FITAIRE Président

ROZET

SIGMUND

DEUTSCH

JANCOVICI

WILLIAMS

Remerciements

Cette étude a été réalisée au Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas, au sein de l'équipe de Physique Théorique des Plasmas.

Monsieur C. Deutsch m'a initié à la physique théorique des plasmas et au métier de chercheur durant les trois dernières années. J'aimerais lui exprimer ma reconnaissance.

Messieurs P. Sigmund et J.P. Rozet ont accepté d'être rapporteurs pour cette thèse. Leurs précieuses remarques ont grandement contribué à l'amélioration de cette étude. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma gratitude.

Messieurs M. Fitaire, B. Jancovici et F. I. B. Williams ont manifesté leur intérêt pour ce travail en me faisant l'honneur de le juger. Je tiens à leur exprimer ici mes sincères remerciements.

Je remercie Monsieur A. Ricard, Directeur du laboratoire pendant une grande partie de cette thèse, de m'y avoir accueilli.

J'aimerais remercier P. Fromy et G. Maynard, de l'équipe théorie du laboratoire, pour leur aide précieuse. Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance à T. Devillers qui a effectué le tirage de cette thèse.

J'exprime enfin ma profonde gratitude à mes amis G. Manificat, P. Garcia et A. Arsaoui pour leur aide amicale et précieuse durant ces trois ans et leur dévouement pendant les six mois d'immobilisation qui ont précédé ma soutenance.

Table des Matières

Notations	7
Introduction	9
1 Ralentissement d'une charge étendue - formalisme	11
1.1 Approximations employées	14
1.1.1 Interaction charge-plasma	14
1.1.2 Description du gaz d'électrons	15
1.2 Expression formelle du pouvoir d'arrêt	18
1.3 La constante diélectrique APA	22
1.3.1 Expression analytique	22
1.3.2 Relation de dispersion	24
1.3.3 Comportement analytique de la fonction perte	24
1.3.4 Approximation "plasmon-pôle"	26
1.4 Propriétés du pouvoir d'arrêt	27
1.4.1 Distances de coagulation et de décoagulation	27
1.4.2 Charges équivalentes	33
1.5 Expressions approchées du pouvoir d'arrêt	35
1.5.1 Limite haute vitesse	35
1.5.2 Limite basse vitesse	36
1.5.3 Pouvoir d'arrêt pour $V = V_e$	37
1.6 Pouvoir d'arrêt d'un cluster homogène	38
1.7 Développement du pouvoir d'arrêt pour une charge quasi-ponctuelle	38
Appendice 1.A	40
2 Freinage de quelques distributions particulières	43
2.1 Résultats pour une charge ponctuelle	44
2.2 Di-cluster orienté aléatoirement	46
2.2.1 Limite haute vitesse	46
2.2.2 Limite basse vitesse	48
2.2.3 Cas $V = V_e$	52
2.2.4 Manifestations des oscillations du terme de corrélation	52
2.3 Freinage d'un ion non ponctuel	53
2.3.1 Critique de l'approximation de l'ion ponctuel	53
2.3.2 Calcul du freinage	54
2.3.3 Correction du freinage à haute vitesse	57

2.3.4	Basse vitesse	60
2.4	Freinage d'un agrégat à symétrie sphérique	63
2.5	Freinage d'une chaîne de charges polarisée selon sa vitesse	69
2.5.1	Calcul du pouvoir d'arrêt	69
2.5.2	Etude analytique à grande vitesse et température nulle	70
3	Dispersion en énergie	77
3.1	Expression du straggling à température finie	78
3.1.1	Distances critiques de coagulation et de séparation	80
3.2	Résultats analytiques.	81
3.2.1	Limite basse vitesse	81
3.2.2	Limite haute vitesse	83
3.3	Di-cluster orienté aléatoirement	85
3.3.1	Terme de corrélation à haute vitesse	86
3.3.2	Terme de corrélation à basse vitesse et $T = 0$	88
4	Etude sommaire de la déformation d'un cluster lors de l'impact	91
4.1	Modélisation de l'interface plasma-vide	92
4.2	Analyse qualitative de la déformation	94
4.2.1	Effet de la répulsion coulombienne	95
4.2.2	Effet du champ interfacial	97
4.2.3	Superposition des deux effets	97
4.3	Simulation de la déformation	98
5	Gaz d'électrons confinés dans un plan: constante diélectrique à température finie et pouvoir d'arrêt	103
5.1	Constante APA en 2D à température finie	104
5.1.1	Gaz d'électrons confinés dans un plan	104
5.1.2	Potentiel et équation de Poisson dans un plan	106
5.1.3	La constante diélectrique	107
5.1.4	Relation de dispersion	108
5.1.5	Limite à température nulle	109
5.1.6	Limite classique	109
5.1.7	Réponse linéaire statique	110
5.1.8	Règle de somme	110
5.1.9	Etude analytique de $\text{Im}[1/\epsilon]$	111
5.2	Pouvoir d'arrêt	113
5.2.1	Calcul du pouvoir d'arrêt	113
5.2.2	Limite haute vitesse	114
5.2.3	Faible vitesse	117
5.2.4	Quelques ordres de grandeur	120
5.3	Freinage du di-cluster orienté aléatoirement	122
5.3.1	Expression du freinage	122
5.3.2	Détermination des distances critiques	123
5.3.3	Etude analytique	124
	Appendice 5.A	127

Appendice 5.B	128
Conclusion	129
Références bibliographiques	131
Publications	135

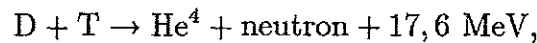
Notations

GRANDEUR	EXPRESSION (C. G. S)
DANS TOUT LE DOCUMENT, Approximation de la Phase Aléatoire Logarithme base 10, Néperien Fonction "sinus cardinal"	APA $\log(x), \ln(x)$ $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$
Masse et charge de l'électron Rayon de Bohr Constante de couplage du jellium Potentiel chimique, Degrés de dégénérescence Température, Potentiel réduit Vitesse moyenne électronique, fonction $A_0(T_e)$	$-e, m_e$ $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ $\chi^2 = (\pi k_F a_0)^{-1}$ $\mu, \alpha^e = \mu/k_B T$ $T_e = T/T_F, \gamma^e = \mu/k_B T_F$ $V_e = A_0(T_e) V_F$
GAZ D'ÉLECTRONS NON CONFINÉS, Nombre de Fermi Energie de Fermi Vitesse de Fermi Température de Fermi Vitesse thermique Longueur de Debye Longueur de Thomas-Fermi Longueur de Landau Pulsation Plasma	$k_F = (3\pi^2 N_e)^{1/3}$ $E_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2 N_e^{2/3}}{2m_e}$ $\frac{1}{2} m_e V_F^2 = E_F$ $k_B T_F = E_F$ $V_{th}^2 = \frac{2k_B T}{m_e}$ $\lambda_D = \frac{V_{th}}{\omega_p} = \left(\frac{k_B T}{4\pi N_e e^2} \right)^{1/2}$ $\lambda_{TF} = V_F / \omega_p$ $R_L = e^2 / k_B T$ $\omega_p^2 = \frac{4\pi N_e e^2}{m_e}$
GAZ D'ÉLECTRONS CONFINÉS DANS UN PLAN, Nombre de Fermi Energie de Fermi Vitesse de Fermi Température de Fermi Vitesse thermique Longueur de Debye Pulsation Plasma	$k_F = (2\pi N_e)^{1/2}$ $E_F = \pi \hbar^2 N_e / m_e$ $\frac{1}{2} m_e V_F^2 = E_F$ $k_B T_F = E_F$ $\frac{1}{2} m_e V_{th}^2 = k_B T$ $\lambda_D = \frac{k_B T}{2\pi N_e e^2}$ $\omega_p^2(k) = \frac{2\pi N_e e^2}{m_e} k$

Introduction

L'interaction d'ions rapides (positifs ou négatifs) avec la matière se rencontre dans une multitude de domaines de la physique, depuis l'impact d'ions cosmiques sur une atmosphère planétaire jusqu'aux situations de fusion inertielle, en passant par l'action (bénéfique) de faisceaux de protons sur l'œil au centre de protonthérapie d'Orsay.

Les perspectives de fusion inertielle dont le but est de parvenir à un contrôle de la réaction de fusion entre le deutérium et le tritium [1,2],



ont conduit à l'analyse théorique [3,4,5] de l'interaction et du ralentissement d'un faisceau d'ions avec un plasma faiblement dégénéré; lors du processus de fusion inertielle, le plasma atteint en effet une dizaine de keV pour une densité électronique de l'ordre de 10^{24} cm^{-3} et les électrons ne peuvent pas être considérés comme classiques.

Toutes ces études ont été menées en négligeant les phénomènes de voisinage entre les ions du faisceau. On considérait ainsi que la réaction du plasma au faisceau s'obtenait en superposant ses réactions à l'impact de chacun des ions. Cette approximation peut être justifiée lorsque la distance entre les ions du faisceau est grande devant la longueur d'écran du plasma, de sorte qu'une fois à l'intérieur, les ions ne se "voient" plus.

Récemment, il a été proposé [6] d'utiliser des agrégats (ou "cluster") d'ions plutôt que des ions lourds dans le faisceau. A cause du phénomène de voisinage entre les ions constituant un agrégat, on obtient un bien meilleur couplage avec la cible. Le ralentissement calculé en tenant compte des corrélations est en effet bien supérieur à la somme des ralentissements de chacun des débris. L'objet de cette thèse est essentiellement l'étude, tant qualitative que quantitative, du phénomène de voisinage en fonction de la géométrie du cluster, de sa vitesse et des paramètres définissant le gaz d'électrons libres.

Nous exposons tout d'abord le formalisme nécessaire à l'étude de ces effets de corrélations. L'analyse physique et mathématique du processus du ralentissement avec corrélations nous a permis d'établir de manière précise des critères de "coagulation" et de "séparation" permettant de savoir rapidement si, dans une situation donnée, deux ions seront vus par les électrons libres comme un seul (coagulés) ou comme deux entités isolées (séparés). Nous appliquons ensuite ce formalisme au calcul du ralentissement de plusieurs distributions; dimère (ou di-cluster), ion non ponctuel, chaîne d'ions et C_{60} ou "footballène"¹. La perte d'énergie dans des conditions données étant en réalité distribuée avec une probabilité non nulle autour de sa

¹Surnommé ainsi à cause de sa structure semblable à celle d'un ballon de football, voir la figure en page 64.

moyenne, nous étudions ensuite l'effet des corrélations sur la dispersion en énergie. Enfin, nous présentons une étude sommaire de la déformation d'une couronne d'ions lors de son impact sur le plasma afin d'avoir une idée des liens entre la géométrie du cluster en dehors et dedans le plasma.

Pour terminer, nous nous tournons vers l'étude du ralentissement d'un ion ou d'un di-cluster par un type de système de plus en plus fréquent dans des situations expérimentales [7]: le gaz d'électrons confinés dans un plan. Nous avons effectué le calcul et l'analyse de la constante diélectrique à toute température d'un tel système afin d'évaluer son pouvoir d'arrêt.

Chapitre 1

Ralentissement d'une charge étendue - formalisme

Pour comprendre le type de problèmes posés par le freinage d'une charge étendue, nous allons détailler ici le mécanisme du pouvoir d'arrêt.

Un ion de charge Z pénétrant dans un plasma avec une vitesse \vec{V} y crée un champ induit. Ce champ agit alors sur l'ion et le freine. Les études de l'interaction ions-cible froide remontent aux travaux de Bohr [8], Bethe [9] et Bloch [10]. Lorsque le milieu cible est un plasma, l'énergie E échangée entre l'ion et le milieu est représentée par la somme de trois termes,

$$E = E^{ef} + E^{eb} + E^i.$$

E^{ef} , E^{eb} et E^i représentent respectivement l'énergie échangée avec les électrons libres (f pour *free*), les électrons liés aux ions (b pour *bound*)¹ et les ions du plasma. Le calcul de l'énergie échangée avec les électrons liés remonte à Bethe et fait appel à la notion de forces d'oscillateurs [9,11,12]. L'énergie E^i échangée par chocs élastiques sur les ions du plasma est importante à très basse vitesse ou à très haute température [13]. Nous nous concentrerons ici sur l'étude de E^{ef} , **l'énergie échangée avec les électrons libres**.

Les premières déterminations de cette quantité sont dues à Bohr (pour la théorie classique, [14]) et Lindhard (pour la théorie quantique, [15]). Notons que le freinage des électrons libres est dominant lorsque la vitesse du projectile est élevée tandis qu'à basse vitesse, le freinage réellement observé sera la résultante de l'action des trois composantes du plasma. Nous utilisons une approche macroscopique du gaz d'électrons pour en évaluer le pouvoir d'arrêt. Cette démarche, inaugurée par Fermi [16], a été appliquée au gaz d'électrons par de nombreux auteurs [17,18].

Dans les études concernant le pouvoir d'arrêt, on fait généralement l'hypothèse que l'ion peut être considéré comme ponctuel et qu'il est "loin" des autres ions du faisceau dont il fait partie. Nous allons voir que la violation de cette hypothèse peut entraîner d'importantes conséquences quantitatives sur le pouvoir d'arrêt [19]. En effet, nous avons vu que le freinage est le résultat de l'action du champ induit par le projectile sur lui-même; le champ induit étant proportionnel à la charge (tant que celle-ci n'est pas trop importante) tout comme l'action de ce champ sur l'ion, on peut s'attendre à trouver un pouvoir d'arrêt proportionnel au carré de la charge incidente. Supposons dès lors deux ions de charge Z en train d'être freinés par le plasma. Si ces deux ions sont très proches l'un de l'autre, le plasma n'en "verra" qu'un seul de charge $2Z$ donnant un freinage proportionnel à $(2Z)^2$, tandis que si les ions sont très loin l'un de l'autre, ils perdront une énergie proportionnelle à $2Z^2$. Ainsi, la distance réciproque des ions subissant le freinage revêt une grande importance quantitative; pour N ions envoyés dans le gaz, le système formé des N ions est freiné en $(NZ)^2$ ou en NZ^2 suivant la distance relative des constituants du système.

Des augmentations du pouvoir d'arrêt ont été observées expérimentalement par de nombreux auteurs, lors de mesures du ralentissement d'ions H^{2+} ou H^{3+} [19,20], N^{2+} ou O^{2+} [21,22], et d'agrégats H_n^+ [23] sur des cibles carbone ou aluminium.

Cet effet modifie de manière très importante le dépôt d'énergie dans la cible. Nous avons représenté sur la figure (1.1) la courbe typique de l'énergie déposée en fonction de la distance parcourue. Cette courbe comporte un pic, dit pic de Bragg à l'endroit où les ions atteignent la vitesse moyenne des électrons. Les calculs que nous

¹En anglais, *free* et *bound* signifient respectivement "libres" et "liés".

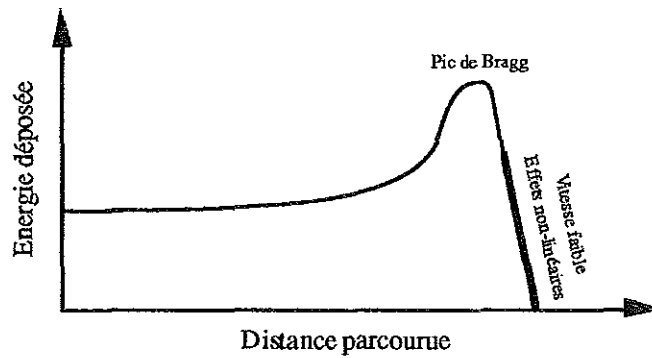


Figure 1.1: Courbe typique de l'énergie déposée en fonction de la distance parcourue. Les calculs qui suivent ne sont plus valables dans la dernière portion de la courbe (en gras).

allons faire traitent le ralentissement jusqu'à ce que la vitesse soit trop faible pour que nos approximations soient valables (trajectoire rectiligne, linéarisation ...). La distance parcourue étant inversement proportionnelle à la perte d'énergie par unité de longueur, le trajet des N ions dans la cible peut varier de $1/NZ^2$ à $1/(NZ)^2$ suivant le niveau de couplage qui existe entre eux.

Nous dirons par la suite qu'un ensemble de charges est "coagulé" lorsqu'il peut être considéré comme ponctuel. Si tous ses composants peuvent être considérés comme isolés les uns des autres, nous dirons qu'il est "décorrélé".

Cette partie a donc pour but de calculer formellement le freinage d'une charge par les électrons libres d'un plasma sans la supposer ponctuelle. Nous y étudions précisément les distances critiques de coagulation et de décorrélation ainsi que quelques propriétés du pouvoir d'arrêt. Nous établissons enfin des expressions asymptotiques du pouvoir d'arrêt dans les limites haute et basse vitesse.

1.1 Approximations employées

Les approximations que nous allons faire se répartissent en deux grandes catégories. Certaines interviennent au niveau de l'interaction projectile-plasma tandis que d'autres entrent en jeu au niveau de la description du gaz d'électrons.

1.1.1 Interaction charge-plasma

Nous avons déjà évoqué la proportionnalité supposée entre la charge de l'ion et le champ induit dans le plasma. Cette supposition constitue l'approximation diélectrique dans laquelle le champ induit est une fonction linéaire de la perturbation de densité subie par le milieu. Une prise en compte de la non-linéarité se traduit par l'apparition d'un terme en Z^3 dans le pouvoir d'arrêt; c'est l'effet Barkas [24]. On montre [5,25] *pour une charge ponctuelle* que cet effet peut être négligé si l'ion est faiblement couplé avec le gaz, c'est-à-dire si sa charge est très inférieure au nombre d'électrons contenus dans une sphère d'écran du plasma. Cette quantification du couplage provient de ce que l'ion est en contact électromagnétique avec tous les électrons distants de moins d'une longueur d'écran. Notons que les effets non-linéaires décroissent en $1/V^3$ [27,5] à grande vitesse car la distance d'écrantage dynamique est proportionnelle à V . Pour un agrégat, le critère doit prendre en compte, non seulement la charge de ses constituants, mais aussi leurs positions relatives: dans un plasma dont une sphère d'écran renferme 30 électrons, l'impact de 4 ions de charge $10e$ sera linéaire s'ils sont très loin les uns des autres, et non linéaires s'ils sont confondus. Un tel critère n'est pas encore connu; la complexité des calculs mis en jeu dans la prise en compte de l'effet Barkas pour un agrégat [26] est telle qu'il n'existe pour le moment pas de critère net permettant de savoir quand il est possible de le négliger. Nous nous contenterons donc de considérer des agrégats dont la charge totale ne dépasse "pas trop" le nombre d'électrons dans une sphère d'écran.

Lors du calcul du pouvoir d'arrêt, nous supposerons que la trajectoire suivie par la charge est quasi-rectiligne et nous négligerons son recul [28] le long d'un chemin infinitésimal. Ces deux approximations sont réalistes lorsque l'énergie cinétique du projectile est grande devant l'énergie cinétique moyenne des électrons du plasma. Considérons par exemple un ion incident de masse M et animé d'une vitesse \vec{V} , nous aurons alors à remplir la condition

$$\frac{1}{2}MV^2 \gg \frac{1}{2}m_e V_e^2,$$

où m_e désigne la masse d'un électron et V_e la vitesse moyenne des électrons du gaz. Cette condition donne ainsi pour la vitesse \vec{V} ,

$$V \gg \sqrt{\frac{m_e}{M}} V_e.$$

L'ion incident étant formé d'au moins un proton, la petitesse du rapport m_e/M nous autorisera à étudier des vitesses inférieures à la vitesse électronique moyenne.

Nous avons ci-dessus introduit la notation V_e pour la vitesse électronique moyenne. Ceci s'explique par le fait que nous ne ferons pas d'hypothèses sur la dégénérescence

des électrons qui pourront être classiques ou quantiques. La quantité V_e sera donc égale à la vitesse thermique classique ou à la vitesse de Fermi suivant que le gaz considéré sera classique ou dégénéré.

Enfin, nous supposons figée la structure de l'agrégat; nous ne tiendrons donc pas compte de la répulsion coulombienne entre les ions du cluster. Cette hypothèse est facilement respectée dans le contexte de la fusion inertielle puisque les ions y ont une énergie cinétique acquise lors de leur accélération de l'ordre du MeV tandis que l'énergie cinétique acquise par chacun des ions du fait de la répulsion coulombienne est de l'ordre d'une dizaine d'eV.

1.1.2 Description du gaz d'électrons

Nous aurons besoin d'une description du gaz d'électrons au travers de sa constante diélectrique. Il existe de nombreux modèles de constante diélectrique suivant les paramètres densité-température du plasma. On peut citer la constante de Fried et Conte [29] convenant aux gaz classiques et faiblement couplés ainsi que la constante de Lindhard [15] qui s'applique au jellium faiblement couplé. Afin de pouvoir envisager les gaz partiellement dégénérés impliqués dans la fusion, nous avons utilisé la constante calculée par Gouédard et Deutsch [30] dans laquelle le couplage du gaz est supposé faible, aucune limitation n'étant imposée à la dégénérescence. Les effets relativistes seront en revanche négligés. Les calculs de constante diélectrique dans la limite du couplage faible reposent tous sur l'Approximation de la Phase Aléatoire (APA) selon laquelle l'énergie cinétique contenue dans le gaz est très supérieure à l'énergie potentielle électrostatique. Pour un plasma classique, il faut donc comparer l'énergie thermique $k_B T$ à l'énergie d'interaction Coulombienne $e^2 N_e^{1/3}$; écrire que la première est plus grande que la seconde revient à écrire que dans le plasma, la longueur de Debye λ_D est plus grande que la longueur de Landau R_L . La situation change quelque peu lorsque le gaz devient dégénéré (c'est-à-dire lorsque sa température est inférieure à la température de Fermi T_F) dans la mesure où l'énergie cinétique moyenne n'y est plus donnée par la température mais par l'énergie de Fermi $E_F = k_B T_F$ qui ne dépend que de la densité du gaz. Ainsi, la condition de couplage faible pour un jellium ne porte plus que sur sa densité et peut s'écrire

$$\chi^2 = \frac{1}{\pi k_F a_0} \ll 1, \quad (1.1)$$

où k_F désigne le nombre de Fermi et a_0 le rayon de Bohr. La densité limite s'obtient pour $\chi^2 = 1$ et correspond à $N_e = 3,67 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. La condition (1.1) peut donc se lire $N_e \gg 3,67 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. A toute température, l'APA est valable lorsque [15]

$$\frac{\chi^2}{1 + T_e} \ll 1, \quad (1.2)$$

avec $T_e = T/T_F$. Nous avons symbolisé sur la figure (1.2) le domaine de validité de l'APA dans un plan (N_e, T) (les coordonnées sont logarithmiques) dans lequel on peut distinguer différentes régions:

- Régions 1 et 5 correspondant à des gaz classiques faiblement couplés avec $T \gg T_F$ et $\lambda_D \gg R_L$,

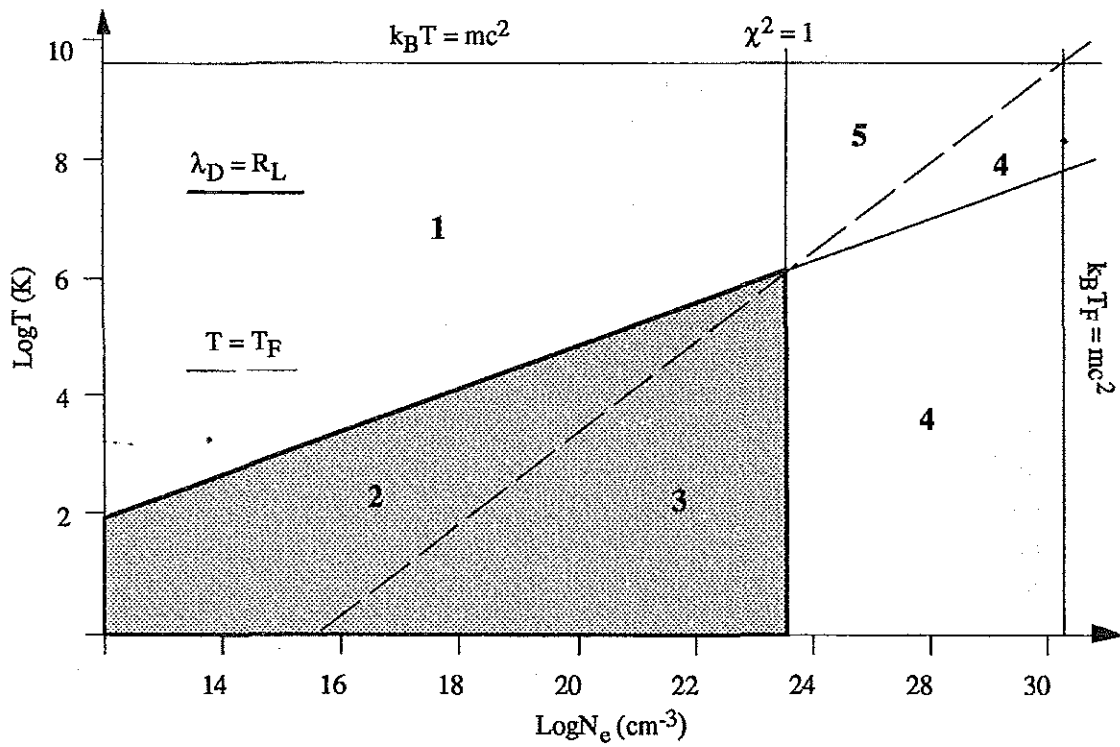


Figure 1.2: Domaine de validité de l'APA. Cette approximation est valable dans les régions 1, 4 et 5. Les régions 2 et 3 (zone grisée), correspondent aux plasmas fortement couplés.

- Région 4 dans laquelle le gaz est dégénéré ($T < T_F$) mais faiblement couplé puisque $\chi^2 \ll 1$,
- Régions 2 et 3 pour lesquelles on a respectivement $T > T_F, \lambda_D < R_L$ et $T < T_F, \chi^2 > 1$, représentant donc toutes les deux des domaines de plasma fortement couplés.

La constante diélectrique APA décrit correctement les réactions du gaz d'électrons dans les régions 1, 5 et 4. L'approximation non relativiste limite en température les plasmas classiques à $k_B T = m_e c^2$ et en densité les plasmas dégénérés à $E_F = m_e c^2$.

1.2 Expression formelle du pouvoir d'arrêt

Nous exposons ici un calcul du ralentissement de N charges supposées ponctuelles une à une, avant de passer à l'expression du pouvoir d'arrêt pour une charge de forme quelconque. Pour la première partie du calcul nous suivons Arista [31] et le formalisme diélectrique. Considérons donc un agrégat formé de N ions de charges $Z_i e$ tous animés de la même vitesse \vec{V} . En négligeant les déviations des ions nous écrivons la perturbation de densité subie par le milieu de constante diélectrique² $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ sous la forme,

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^N Z_i e \delta(\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{V}t), \quad (1.3)$$

où l'hypothèse de ponctualité des ions se traduit par l'introduction de la distribution δ de Dirac. En supposant que la perturbation imposée au milieu est faible, les composantes de Fourier du champ induit dans le plasma s'écrivent à partir de l'équation de Poisson,

$$\vec{E}(\vec{k}, \omega) = -4\pi i \frac{\vec{k}}{k^2} \frac{\rho(\vec{k}, \omega)}{\epsilon(\vec{k}, \omega)}, \quad (1.4)$$

avec,

$$\rho(\vec{k}, \omega) = \sum_{i=1}^N Z_i e \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_i) \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{V}). \quad (1.5)$$

On exprime alors par transformée de Fourier inverse le champ $\vec{E}(\vec{r}, t)$ induit en un point \vec{r} à l'instant t ,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{-1}{2\pi} \sum_{i=1}^N Z_i e \int d^3k \frac{2i\vec{k} \exp[i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{V}t)]}{k^2 \epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})}. \quad (1.6)$$

La force agissant sur la particule j située en $\vec{r} = \vec{r}_j + \vec{V}t$ à l'instant t est donc donnée par,

$$\vec{F}_j = Z_j e \vec{E}(\vec{r}_j + \vec{V}t, t),$$

soit

$$\vec{F}_j = \frac{Z_j e}{2\pi} \sum_{i=1}^N Z_i e \int d^3k \frac{2\vec{k}}{k^2} \left\{ \text{Im} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}) + \text{Re} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] \sin(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}) \right\}, \quad (1.7)$$

avec $\vec{r}_{ji} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$. Nous avons dans cette équation utilisé le fait que la force est un nombre réel. Pour obtenir l'énergie perdue par le système formé des N ions, il nous

²Le champ total \vec{E}_t qui règne dans un milieu soumis à un champ extérieur \vec{E}_{ext} de période spatiale $2\pi\vec{k}/k^2$ et de pulsation ω peut s'écrire quand \vec{E}_{ext} est faible,

$$\vec{E}_T(\vec{k}, \omega) = \frac{\vec{E}_{ext}(\vec{k}, \omega)}{\epsilon(\vec{k}, \omega)}.$$

$\epsilon(\vec{k}, \omega)$ est par définition la *constante diélectrique* du milieu.

reste à effectuer le produit scalaire $\vec{F}_j \cdot \vec{V}$ puis à sommer le résultat sur les valeurs de j ,

$$\frac{dE}{dx} = \sum_{j=1}^N \vec{F}_j \cdot \vec{V} = \frac{e^2}{2\pi^2 V} \int d^3 k \frac{\vec{k}}{k^2} \left\{ \text{Im} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] \sum_{i,j} Z_i Z_j \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}) \right. \\ \left. + \text{Re} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] \sum_{i,j} Z_i Z_j \sin(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}) \right\}. \quad (1.8)$$

Lors de la sommation, les termes $Z_i Z_j \sin(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji})$ vont s'annuler deux à deux pour $i \neq j$ ($\vec{r}_{ji} = -\vec{r}_{ij}$) ou s'annuler seuls quand $i = j$ ($\vec{r}_{ii} = \vec{0}$). La part de la force ayant en facteur la fonction $\text{Im}[1/\epsilon]$ ne s'annule pas quand on somme sur tous les ions de l'agrégat et l'on obtient pour la perte d'énergie par unité de longueur parcourue [31],

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{2\pi^2 V} \int d^3 k \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{k^2} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] \psi(\vec{k}), \quad (1.9)$$

avec

$$\psi(\vec{k}) = \sum_{i,j} Z_i Z_j \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}). \quad (1.10)$$

Avant d'étendre ce résultat au cas d'une charge de forme quelconque nous allons analyser brièvement la fonction $\psi(\vec{k})$ définie ci-dessus. Cette fonction se comporte comme un facteur de forme et l'on aurait $\psi(\vec{k}) = Z^2$ pour le pouvoir d'arrêt d'un seul ion ponctuel de charge Ze . Il est aussi intéressant de séparer la somme définissant cette fonction en deux termes: les termes correspondant à $i = j$ et les autres pour écrire,

$$\psi(\vec{k}) = \sum_i Z_i^2 + \sum_{i \neq j} Z_i Z_j \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}). \quad (1.11)$$

Il apparaît ainsi clairement que l'énergie perdue est la somme de l'énergie perdue par chacun des ions et d'un terme de corrélation dépendant de la forme de l'agrégat. Si nous prenons tous les vecteurs \vec{r}_{ji} égaux à $\vec{0}$, nous obtenons $\psi(\vec{k}) = (\sum_i Z_i)^2$, c'est-à-dire la coagulation de l'agrégat tandis que si toutes les distances r_{ji} tendent vers l'infini, les termes du pouvoir d'arrêt correspondant aux corrélations vont s'annuler progressivement (intégrales "oscillantes") ne laissant que la somme de l'énergie perdue par chacune des charges.

Nous allons maintenant adapter les équations (1.9, 1.10) au cas d'une charge de forme quelconque. Pour cela, écrivons

$$\psi(\vec{k}) = \sum_{i,j} Z_i Z_j \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji}) = \text{Re} \left[\sum_{i,j} Z_i \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_i) Z_j \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}_j) \right], \quad (1.12)$$

afin de remarquer que l'on peut mettre cette quantité sous la forme

$$\psi(\vec{k}) = \text{Re} \left[\left(\sum_i Z_i \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_i) \right) \overline{\left(\sum_i Z_i \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_i) \right)} \right], \quad (1.13)$$

où nous notons \bar{z} le conjugué du complexe z . A ce stade du calcul nous avons écrit la fonction $\psi(\vec{k})$ sous la forme de la partie réelle d'un complexe multiplié par son

conjugué: prendre la partie réelle d'une telle quantité est inutile puisqu'elle ne peut être que réelle. La fonction ψ se trouve donc être égale au carré du module de la quantité $\sum_i Z_i \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r}_i)$. On reconnaît ici la transformée de Fourier de la fonction densité

$$n(\vec{r}) = \rho(\vec{r}, t = 0)/e.$$

Nous avons ainsi démontré pour la distribution de charges (1.3) le résultat suivant

$$\psi(\vec{k}) = |n(\vec{k})|^2. \quad (1.14)$$

Tout le calcul que nous venons de faire peut être mené en remplaçant les sommes discrètes correspondant à l'énumération des ions de l'agrégat par des sommes continues dans le cas d'une distribution de charge quelconque. On remplacera ainsi au début du calcul la densité de charge (1.3),

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^N Z_i e \delta(\vec{r} - \vec{r}_i - \vec{V}t),$$

par

$$\rho(\vec{r}, t) = \int d^3u n(\vec{u}) e \delta(\vec{r} - \vec{u} - \vec{V}t).$$

Il vient ainsi pour l'énergie perdue par une densité de charge déterminée par $\rho(\vec{r})$ [32,33,34]

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{2\pi^2 V} \int d^3k \frac{\vec{k}\cdot\vec{V}}{k^2} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k}\cdot\vec{V})} \right] |n(\vec{k})|^2, \quad (1.15)$$

où $|n(\vec{k})|^2$ est le carré du module de la transformée de Fourier de la densité $n(\vec{r})$ (attention à ne pas confondre la densité de charge $\rho(\vec{r})$ et la densité de matière $n(\vec{r})$ au point \vec{r} ; on a $\rho(\vec{r}) = en(\vec{r})$).

Une plus grande simplification de l'expression du pouvoir d'arrêt est subordonnée aux propriétés géométriques de la distribution de charges mise en jeu. Nous considérons généralement dans la suite de ce travail le freinage de charges possédant la symétrie sphérique; ceci résultera parfois d'une approximation, parfois d'un moyennage sur toutes ses orientations d'une charge n'ayant pas cette symétrie, toujours est-il que nous aurons le plus souvent à traiter des distributions possédant la propriétés de symétrie $n(\vec{r}) = n(r)$. Cette propriété se transmettant alors à la transformée de Fourier de $n(r)$, l'équation (1.15) se simplifie en posant $\omega = \vec{k}\cdot\vec{V}$ et $d^3k = (k/V)dkd\omega d\phi$ pour donner après intégration sur l'angle ϕ :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} \omega d\omega \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] |n(k)|^2. \quad (1.16)$$

Il nous reste à exprimer cette intégrale en fonction des variables habituelles sans dimensions [15,30],

$$z = \frac{k}{2k_F}, \quad u = \frac{\omega}{kV_F}, \quad (1.17)$$

k_F et V_F étant respectivement le nombre et la vitesse de Fermi. On montre que la constante diélectrique s'exprime naturellement en fonction de ces deux variables.

L'équation peut alors être réécrite sous la forme,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N_e e^4}{m_e V^2} L,$$

avec

$$L = \frac{6}{\pi \chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] |n(2k_F z)|^2. \quad (1.18)$$

L , nombre sans dimensions, est appelé “nombre d'arrêt”. Ajoutons que la partie imaginaire de l'inverse de la constante diélectrique est parfois appelée “fonction perte”.

Nous allons maintenant résumer les principales propriétés analytiques de la constante diélectrique que nous utilisons.

1.3 La constante diélectrique APA

Nous exposons ici les résultats obtenus dans sa thèse par Gouédard [30].

1.3.1 Expression analytique

Nous aurons l'occasion d'exposer en détails le calcul de la constante diélectrique lors de l'étude du gaz d'électrons confinés dans un plan (voir paragraphe 5.1.3). Nous nous contentons ici de rappeler les principaux résultats propres au cas d'un gaz tri-dimensionnel. La constante diélectrique est introduite sous la forme,

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - V(k)\chi^o(\vec{k}, \omega), \quad (1.19)$$

où

$$V(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}.$$

$V(k)$ est la transformée de Fourier du potentiel Coulombien et $\chi^o(\vec{k}, \omega)$ la réponse linéaire d'un gaz d'électrons libres qui est donnée dans l'Approximation de la Phase Aléatoire (APA) par [25],

$$\chi^o(\vec{k}, \omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0} 2 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{n^o(\vec{q} + \vec{k}) - n^o(\vec{q})}{\epsilon_{\vec{q}+\vec{k}}^o - \epsilon_{\vec{q}}^o - \hbar\omega - i\eta}, \quad (1.20)$$

où $n^o(\vec{q})$ est la statistique de Fermi-Dirac et,

$$\epsilon_k^o = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}.$$

En utilisant les variables sans dimensions z et u introduites par l'équation (1.17), on exprime la réponse linéaire sous la forme,

$$\chi^o(\vec{k}, \omega) = -\frac{\chi^2}{\pi} [f_1(z, u) + if_2(z, u)],$$

avec $\chi^2 = (\pi k_F a_0)^{-1}$. L'expression de la fonction f_2 est donnée par

$$f_2(z, u) = -\frac{\pi T_e}{8z} \ln \left[\frac{1 + \exp\left(\frac{\gamma^e - p_+^2}{T_e}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\gamma^e - p_-^2}{T_e}\right)} \right], \quad (1.21)$$

avec les paramètres sans dimensions,

$$T_e = \frac{T}{T_F}, \quad \gamma^e = \frac{\mu}{E_F} = \alpha^e T_e, \quad p_{\pm} = u \pm z,$$

(μ potentiel chimique, $\alpha^e = \mu/k_B T$ est le degré de dégénérescence). T_e est fonction de α^e via la relation,

$$T_e^{-3/2} = \frac{3}{2} F_{1/2}(\alpha^e),$$

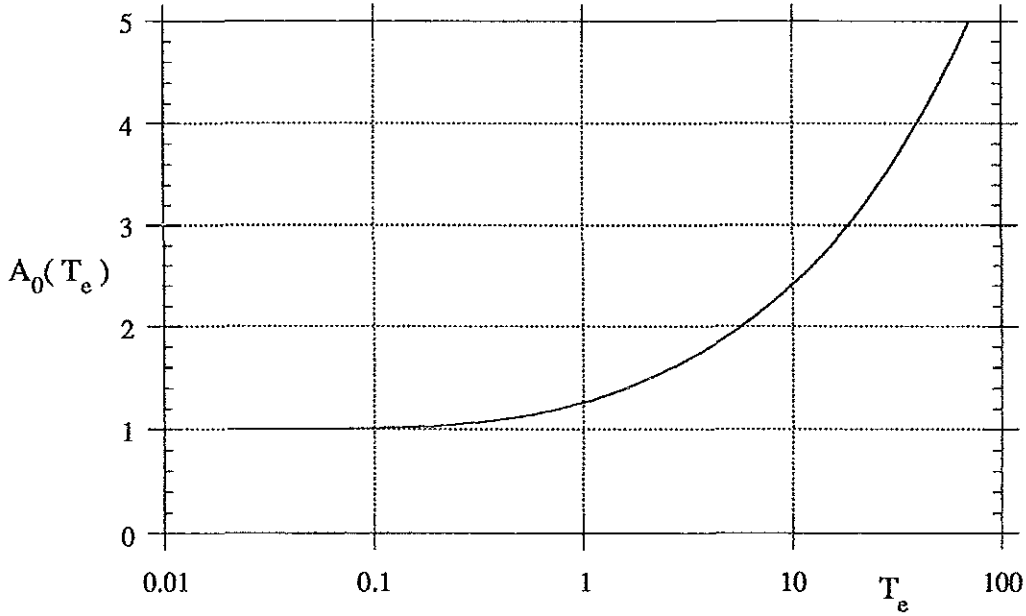


Figure 1.3: Courbe représentative de la fonction $A_0(T_e)$, $T_e = T/T_F$. La quantité $V_F A_0(T_e)$ représente la vitesse moyenne des électrons du gaz, quelle que soit la température.

avec

$$F_n(x) = \int_0^\infty \frac{t^n}{1 + e^{t-x}} dt, \quad (1.22)$$

fonction de Fermi d'ordre n . Enfin, $f_1(z, u)$ est donnée en fonction de $f_2(z, u)$ par la relation de Kramers-Krönig,

$$f_1(z, u) = \frac{1}{\pi} P.P \int_{-\infty}^\infty \frac{f_2(z, t) dt}{t - u}.$$

Gouédard a montré que l'un des paramètres important du problème est $A_0(T_e)$,

$$A_0(T_e) = \sqrt{\frac{\gamma^e + (\gamma^e + \pi^2 T_e^2)^{1/2}}{2}}. \quad (1.23)$$

Ainsi,

- $f_1(z, u) < 0$ si $u > A_0(T_e)$.
- $f_2(z, u) \approx 0$ si $|z - u| > A_0(T_e)$.
- On peut de plus montrer que,

$$V_F A_0(T_e) = \begin{cases} V_F & \text{si } T_e \ll 1, \\ V_{th} & \text{si } T_e \gg 1. \end{cases} \quad (1.24)$$

Ainsi, à toute température, on a $V_e = V_F A_0(T_e)$, vitesse moyenne des électrons du plasma. On trouvera sur la figure (1.3) la courbe représentative de la fonction $A_0(T_e)$.

1.3.2 Relation de dispersion

Excepté à température nulle, la relation de dispersion $\epsilon(\vec{k}, \omega) = 0$ ne peut être satisfaite qu'avec un ω complexe. Néanmoins, pour $u \gg A_0(T_e)$, la fonction $f_2(z, u)$ prend des valeurs très faibles ce qui correspond à des ondes très peu amorties. En fonction des variables z et u les équations à résoudre pour obtenir la relation de dispersion sont:

$$z^2 = -\chi^2 f_1(z, u), \quad f_2(z, u) \approx 0.$$

Puisque $f_1(z, u)$ n'est négatif que si $u > A_0$, la première équation ne peut être satisfaite que pour $u > A_0$. En faisant un développement limité sur la partie imaginaire de u , Gouédard a montré la relation suivante entre les parties réelles de u et z à la résonance,

$$z_r^2 = \frac{\chi^2}{3u_r^2} \left(1 + T_e \frac{F_{3/2}(\alpha^e)}{u_r^2 F_{1/2}(\alpha^e)} + T_e^2 \frac{F_{5/2}(\alpha^e)}{u_r^4 F_{1/2}(\alpha^e)} + \dots \right). \quad (1.25)$$

Si l'on se restreint au premier ordre, il vient

$$z_r^2 = \frac{\chi^2}{3u_r^2} \iff \omega = \omega_p, \quad (1.26)$$

ω_p étant la pulsation plasma,

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi N_e e^2}{m_e}.$$

1.3.3 Comportement analytique de la fonction perte

On appelle fonction perte la partie imaginaire de l'inverse de la constante diélectrique. Cette fonction joue un rôle très important dans le calcul du pouvoir d'arrêt comme en témoigne l'équation (1.18). Nous allons ici détailler certaines de ses propriétés analytiques utiles pour la suite de l'étude.

L'une des particularités de cette fonction est qu'elle ne prend des valeurs importantes que dans des régions limitées du plan (z, u) . Il suffit pour s'en rendre compte de l'exprimer avec les fonctions $f_1(z, u)$ et $f_2(z, u)$ introduites plus haut; on obtient alors,

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] = \frac{z^2 \chi^2 f_2(z, u)}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, u)]^2 + [\chi^2 f_2(z, u)]^2}. \quad (1.27)$$

Examinant le numérateur et le dénominateur de cette expression, nous pouvons déterminer les régions du plan (z, u) où elle prendra des valeurs importantes. Nous savons d'après Gouédard que la fonction f_2 s'annule très rapidement dès que $|z - u| > A_0(T_e)$, on doit donc s'attendre à ce qu'il en soit de même pour la fonction perte si son dénominateur peut être minoré. Or, l'étude de la relation de dispersion a montré qu'il existe une région du plan (z, u) où le dénominateur tend vers zéro puisqu'on y a $z^2 + \chi^2 f_1(z, u) = 0$ et $f_2(z, u) \approx 0$: la courbe de résonance. La fonction perte ne prend donc des valeurs significatives qu'en deux régions du plan (z, u) :

- Région (A), la bande oblique $|z - u| < A_0(T_e)$,
- Région (B), la résonance $z \approx z_r(u_r)$.

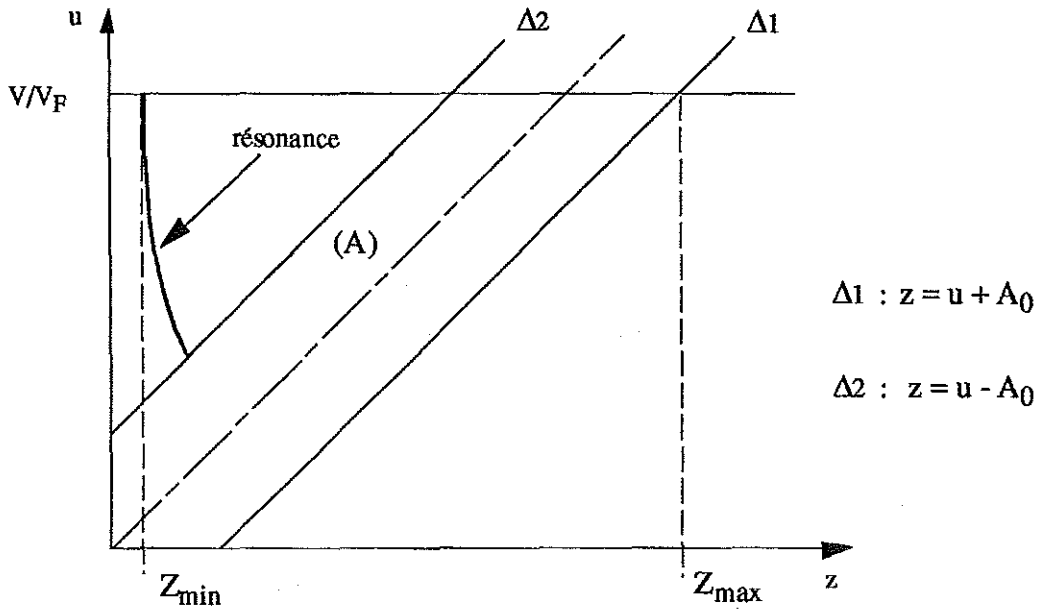


Figure 1.4: Domaine d'importance de la fonction perte $\text{Im}[1/\epsilon(z, u)]$. La région (A) correspond aux excitations de paires électron-trous. La région (B) est la courbe de résonance et correspond aux excitations de plasmons.

A température nulle, on a $A_0(T_e) = 1$, et la stricte nullité de la fonction de distribution des électrons en dehors de la sphère de Fermi entraîne la stricte nullité de la fonction perte en dehors de la zone $|z - u| < 1$ tandis que la courbe de résonance prend la forme d'un pic infiniment mince (Dirac) comme l'a montré Lindhard [15]. Lorsque la température augmente, les électrons sortent de la sphère de Fermi, entraînant une décroissance de la fonction perte qui n'est plus qu'exponentielle hors de la région (A). La résonance devient quant à elle un pic de largeur finie. On trouvera sur la figure (1.4) la localisation de ces deux régions dans le plan (z, u) . Nous avons précisé sur cette figure le domaine d'intégration mis en jeu dans le calcul du nombre d'arrêt: ce domaine couvre tous les z positifs et les valeurs de u comprises entre 0 et V/V_F (voir Eq.1.18). Il intersecte toujours la région (A), signe que la charge perd une partie de son énergie en excitant dans le gaz des paires électron-trous. Lorsque V/V_F est suffisamment grand, le domaine d'intégration intersecte en plus la courbe de résonance et la charge peut aussi perdre de l'énergie cinétique en excitant des plasmons d'énergie $\hbar\omega_p$. Nous pouvons établir la condition (nécessaire et suffisante) pour que se produise ce phénomène: puisque la courbe de résonance apparaît pour $u > A_0(T_e)$, le domaine d'intégration la rencontrera si $V/V_F > A_0(T_e)$, c'est-à-dire si $V > V_e$ (voir Eq.1.24). La charge ne peut pas perdre d'énergie par excitations de plasmons si sa vitesse est plus faible que la vitesse moyenne électronique.

Une autre des caractéristiques analytiques importantes de la fonction perte concerne une règle de somme qu'elle vérifie. Cette règle s'écrit [28],

$$\int_0^\infty \omega \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(q, \omega)} \right] d\omega = \frac{\pi\omega_p^2}{2}. \quad (1.28)$$

Elle sera utile ultérieurement pour évaluer le comportement du nombre d'arrêt L à haute vitesse. En fonction des variables z et u , cette règle se lit,

$$\int_0^\infty u \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] du = \frac{\pi \chi^2}{6z^2}. \quad (1.29)$$

1.3.4 Approximation “plasmon-pôle”

Nous présentons ici une approximation de la fonction perte, souvent utilisée dans les calculs de pouvoir d'arrêt à haute vitesse [35]. Cette approximation consiste à “concentrer” toute l'intensité de la fonction perte sur la courbe de résonance et la droite $z = u$ en respectant la règle de somme (1.29). On écrit ainsi

$$\operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \approx \frac{\pi \chi^2}{6uz^2} \left[\delta \left(z - \frac{\chi}{\sqrt{3}u} \right) Y(Z_1 - z) + \delta(z - u) Y(z - Z_1) \right], \quad (1.30)$$

Y étant la fonction de Heaviside. Z_1 est défini comme la plus grande valeur de z de la courbe de résonance. Celle-ci débutant pour $u > A_0(T_e)$, on a

$$Z_1 = z_r(A_0),$$

la fonction z_r étant donnée par l'équation (1.25).

1.4 Propriétés du pouvoir d'arrêt

Cette section a pour but de démontrer deux propriétés générales du pouvoir d'arrêt pour les charges non-ponctuelles. La première concerne la coagulation d'une charge et la décoagulation de deux charges, la seconde a trait à la possibilité pour deux charges différentes d'être freinées de la même manière.

Il nous faut tout d'abord introduire certaines quantités liées à la fonction perte et au pouvoir d'arrêt. Nous allons pour cela observer la figure (1.4), sur laquelle on a signalé deux valeurs particulières de la variable z notées Z_{min} et Z_{max} ;

- Z_{min} est la plus petite valeur de z commune à la résonance et au domaine d'intégration lorsque $V/V_F > A_0(T_e)$, on a donc

$$Z_{min}^2 = z_r^2(V/V_F) \approx \frac{\chi^2}{3(V/V_F)^2}. \quad (1.31)$$

- Z_{max} est la plus grande valeur de z commune à la région (A) (bande oblique correspondant aux excitations électron-trous) et au domaine d'intégration;

$$Z_{max} = A_0(T_e) + \frac{V}{V_F}. \quad (1.32)$$

Sur le domaine d'intégration en jeu, la fonction perte s'annule très rapidement pour $z > Z_{max}$ et ne prend pas de valeurs significatives pour $z < Z_{min}$ (l'amplitude des excitations électron-trous tend en effet vers 0 dans cette région de petits z).

1.4.1 Distances de coagulation et de décoagulation

Nous raisonnons sur l'équation (1.18) qui donne le nombre d'arrêt L pour une charge ayant la symétrie sphérique,

$$L = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] |n(2k_F z)|^2.$$

Déterminons tout d'abord la condition que doit vérifier une charge étendue de charge totale Z_e pour être freinée comme si elle était ponctuelle, c'est-à-dire pour être coagulée. La formule donnant L fait intervenir la charge par l'intermédiaire de sa transformée de Fourier,

$$n(\mathbf{k}) = \int d^3r n(r) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (1.33)$$

(avec $k = 2k_F z$). Supposons alors que la charge puisse être contenue dans une sphère de rayon R , nous écrivons

$$\vec{k} \cdot \vec{r} < kr < kR = 2k_F z R.$$

Si la quantité $2k_F z R$ est telle que $2k_F Z_{max} R \ll 1$, il est alors possible de remplacer l'exponentielle entrant dans la transformée de Fourier de la densité de charge $n(r)$

par 1 sans changer notablement le nombre d'arrêt puisque l'erreur commise ne se révèle que dans la partie du domaine d'intégration où la fonction perte est quasiment nulle. Cette condition étant remplie, $n(k)$ peut donc s'écrire vis à vis du pouvoir d'arrêt sous la forme,

$$n(k) \approx \int d^3r n(r) = Z. \quad (1.34)$$

Ainsi, si

$$2k_F Z_{max} R \ll 1 \iff R \ll (2k_F Z_{max})^{-1},$$

la charge peut être considérée comme ponctuelle. La distance critique de coagulation R_c s'écrit donc;

$$R_c = \frac{1}{2k_F \{V/V_F + A_0(T_e)\}}. \quad (1.35)$$

Nous avons pour le moment démontré le résultat précédent pour une charge ayant la symétrie sphérique, il peut néanmoins s'appliquer dans le cas général. Reprenons en effet l'expression (1.15) du pouvoir d'arrêt valable pour une forme quelconque,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{2\pi^2 V} \int d^3k \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{k^2} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] |n(\vec{k})|^2.$$

Le raisonnement précédent nous a montré que l'intégrant résultant ne prend des valeurs significatives que dans une sphère (dans l'espace des \vec{k}) de rayon $k_{max} = 2k_F Z_{max}$. Considérons alors la quantité

$$n(\vec{k}) = \int d^3r n(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}),$$

et supposons la charge contenue dans une sphère de rayon R . Il est de nouveau possible d'écrire dans sa transformée de Fourier,

$$\vec{k} \cdot \vec{r} < kr < kR.$$

Si, par ailleurs, nous avons $k_{max} R \ll 1$, nous pouvons de nouveau évaluer l'exponentielle à 1 dans la transformée de Fourier puisque les inexactitudes ainsi commises n'interviennent qu'en dehors de la sphère de rayon k_{max} où la fonction perte est quasi nulle. On prend donc dans l'équation (1.15),

$$n(\vec{k}) \approx \int d^3r n(\vec{r}) = Z.$$

La condition $k_{max} R \ll 1$ est bien sûr identique à $R \ll R_c$. Nous avons ainsi montré que n'importe quelle densité de charge pouvant être contenue dans une sphère de taille inférieure à R_c peut être considérée comme ponctuelle. L'expression (1.35) généralise certains résultats [19,31] limités à des domaines restreint de température et de vitesse. Il est intéressant de récrire cette distance sous le forme

$$R_c = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{1 + V/V_e}, \quad (1.36)$$

en utilisant $V_e = A_0 V_F$ en en définissant λ comme la longueur de De Broglie des électrons du gaz par

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_e V_e}. \quad (1.37)$$

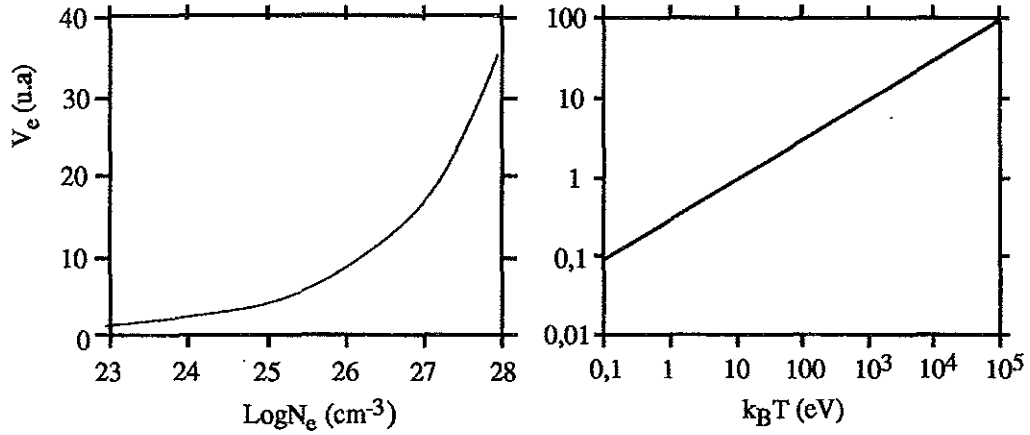


Figure 1.5: Courbes représentatives de la vitesse moyenne électronique V_e mesurée en unités atomiques; à gauche dans le cas dégénéré et en fonction de la densité, à droite dans le cas classique et en fonction de la température (en eV).

R_c s'identifie ainsi à la demi-longueur de De Broglie des électrons du gaz lorsque la charge est animée d'une vitesse faible ($V/V_e \ll 1$) tandis que dans le cas contraire ($V/V_e \gg 1$), la distance R_c tend vers $\hbar/2m_e V$ qui représente la demi-longueur de De Broglie d'un électron animé de la vitesse de la charge. Ceci s'explique par le fait que dans le référentiel de la charge, les électrons bien plus lents paraissent alors animés d'une vitesse moyenne V . En ce qui concerne l'importance de R_c on peut écrire,

$$R_c(\text{u.a.}) = \frac{1}{2V_e(\text{u.a.})} \frac{1}{1 + V/V_e}. \quad (1.38)$$

Dans le cas classique, on a,

$$V_e(\text{u.a.}) = \sqrt{\frac{2k_B T(\text{eV})}{27,21}},$$

tandis qu'à forte dégénérescence il vient,

$$V_e(\text{u.a.}) = 3,1 a_0 N_e^{1/3},$$

a_0 étant le rayon de Bohr. On trouvera sur la figure (1.5) la courbe représentative de la mesure de V_e en unités atomiques dans les cas classiques et dégénérés. R_c se déduit ensuite de V_e (u.a) par l'équation (1.38) en fonction de V/V_e .

La distance de décorrélation R_d peut, quant à elle, se déduire de l'analyse du phénomène de corrélation de freinage. Supposons pour débiter deux charges ponctuelles $Z_1 e$ et $Z_2 e$ séparées d'une distance R et toutes deux animées d'une même vitesse \vec{V} . Nous avons schématisé sur la figure (1.6) les forces auxquelles elles sont soumises: chacune est soumise, d'une part au champ qu'elle-même induit dans le plasma, d'autre part au champ que l'autre y induit. Les corrélations du freinage proviennent de ce terme "croisé" puisque l'interaction d'une charge avec son propre champ induit correspond à la partie ponctuelle du freinage. Lorsque la distance entre les charges croît,

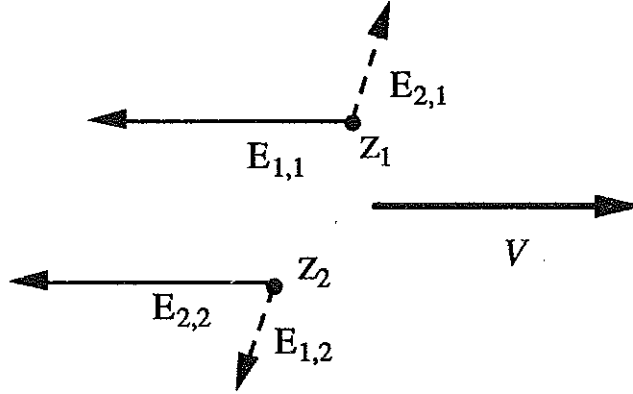


Figure 1.6: Les charges Z_1e et Z_2e sont animées d'une même vitesse \vec{V} . $\vec{E}_{i,j}$ est le champ produit par Z_i au niveau de Z_j . Les champs $\vec{E}_{i,j}$ pour $i \neq j$, représentés en pointillés, sont écrantés par le plasma lorsque croît la distance entre les charges. Modules et orientations des champs sont arbitraires sur la figure.

l'action de l'une sur l'autre s'amenuise car le champ induit est écranté par le plasma. *La distance de séparation est ainsi la distance d'écrantage du plasma.* L'analyse de la situation lorsque l'on a à faire à deux charges non ponctuelles se conduit de la même manière en remarquant que le champ induit par une charge est la somme des "petits" champs induits par chacune de ses parties; si la distance minimale entre les charges étendues est supérieure à la longueur d'écran, on est alors certain que le champ induit par l'une ne se fera pas sentir au niveau de l'autre puisqu'il sera écranté par le plasma. La longueur d'écrantage du plasma est une quantité ayant fait l'objet de nombreuses études [36,30] dont nous résumons maintenant les conclusions.

- Lorsque la vitesse V des charges est grande devant la vitesse moyenne des électrons, la distance de décoagulation est la longueur d'écrantage dynamique. Il nous faut ici prendre garde au fait que l'écrantage dynamique n'est pas isotrope [36]; nous constaterons par exemple au chapitre 2 (section 2.5) que la distance de décorrélation augmente si les charges sont l'une derrière l'autre. L'ordre de grandeur de cette distance peut cependant être donné par,

$$R_d \approx \frac{V}{\omega_p}. \quad (1.39)$$

- Si les charges sont animées d'une faible vitesse, nous avons alors à considérer la distance d'écrantage statique. Cette quantité a été étudiée par Gouédard dans tous les domaines de dégénérescence du gaz et vaut;
 - la longueur de Debye $\lambda_D = V_{th}/\omega_p$ lorsque le gaz est classique,
 - la longueur de Thomas-Fermi $\lambda_{TF} = V_F/\omega_p$ lorsque le gaz est faiblement dégénéré mais que $T/T_F > \chi^2/\pi$,
 - l'inverse du nombre de Fermi k_F lorsque le plasma est fortement dégénéré avec $T/T_F < \chi^2/\pi$ (écrantage de Friedel [37]).

$N_e \downarrow -T \rightarrow$	10^4 K	10^5 K	10^6 K	10^7 K	10^8 K
10^{21} cm^{-3}	4.23	13.2	42.3	132.7	419.6
10^{22} cm^{-3}	1.6	4.23	13.2	42.3	132.7
10^{23} cm^{-3}	0.96	1.34	4.23	13.2	42.3
10^{24} cm^{-3}	0.67	0.67	1.34	4.23	13.2
10^{25} cm^{-3}	0.46	0.46	0.48	0.48	4.23
10^{26} cm^{-3}	0.3	0.3	0.3	0.38	1.34

Table 1.1: Distance d'écrantage statique en unités atomiques en fonction de la densité et de la température.

Pour les deux premières expressions, on peut écrire $R_d \approx V_e/\omega_p$. En revanche, l'écrantage dans le cas fortement dégénéré ne peut être exprimé sous cette forme. Ceci provient du comportement de liquide de Fermi du milieu dans lequel le potentiel écranté ne varie plus comme celui de Debye ou de Thomas-Fermi mais en $\cos(2k_F r)/(2k_F r)^3$. La figure (1.7) montre les domaines de plasma où prévaut chaque mode d'écrantage et le tableau (1.1) donne la valeur en unités atomiques de la longueur d'écran en fonction de la densité et de la température.

La distance moyenne de décorrélation à haute vitesse peut être retrouvée de manière purement analytique. Ecrivons à cet effet une distribution de charge sous la forme,

$$\rho(\vec{r}) = \rho_1(\vec{r}) + \rho_2(\vec{r} - \vec{R}), \quad (1.40)$$

Le problème est de savoir à quelle condition le freinage de ρ est la somme des freinages de ρ_1 et ρ_2 . On a tout d'abord

$$\rho(\vec{k}) = \rho_1(\vec{k}) + \rho_2(\vec{k}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}).$$

Il vient ainsi pour $|\rho(\vec{k})|^2$,

$$|\rho(\vec{k})|^2 = |\rho_1(\vec{k})|^2 + |\rho_2(\vec{k})|^2 + \rho_1(\vec{k})\rho_2(-\vec{k})e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}} + \rho_1(-\vec{k})\rho_2(\vec{k})e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}. \quad (1.41)$$

Le freinage de ρ sera la somme de celui de ρ_1 et ρ_2 et d'un terme de corrélation θ que nous ne détaillerons pas. L'important est que (1.41) nous montre le présence de termes $\exp(\pm i\vec{k} \cdot \vec{R})$ dans l'intégrant de θ . Lorsque la vitesse de la charge est supérieure à V_e , le domaine d'intégration rencontre la résonance qui apporte une contribution importante au pouvoir d'arrêt de la part des petits z . Si l'on a $2k_F R Z_{min} \gg 1$, la quadrature contenant les termes oscillants est quasi-nulle. La condition pour qu'il ne reste plus que le freinage des deux distributions séparées est ainsi,

$$R \gg \frac{1}{2k_F Z_{min}} = \frac{1}{2k_F z_r (V/V_F)} \approx \frac{V}{\omega_p}. \quad (1.42)$$

On retrouve bien de cette manière la distance d'écrantage dynamique. Les termes suivants du développement de $z_r(V/V_F)$ donnent la correction en température de cette grandeur.

Toujours à haute vitesse, la distance d'écrantage statique joue un rôle particulier. Cette distance correspond en effet à la taille que ne doit pas dépasser la charge pour

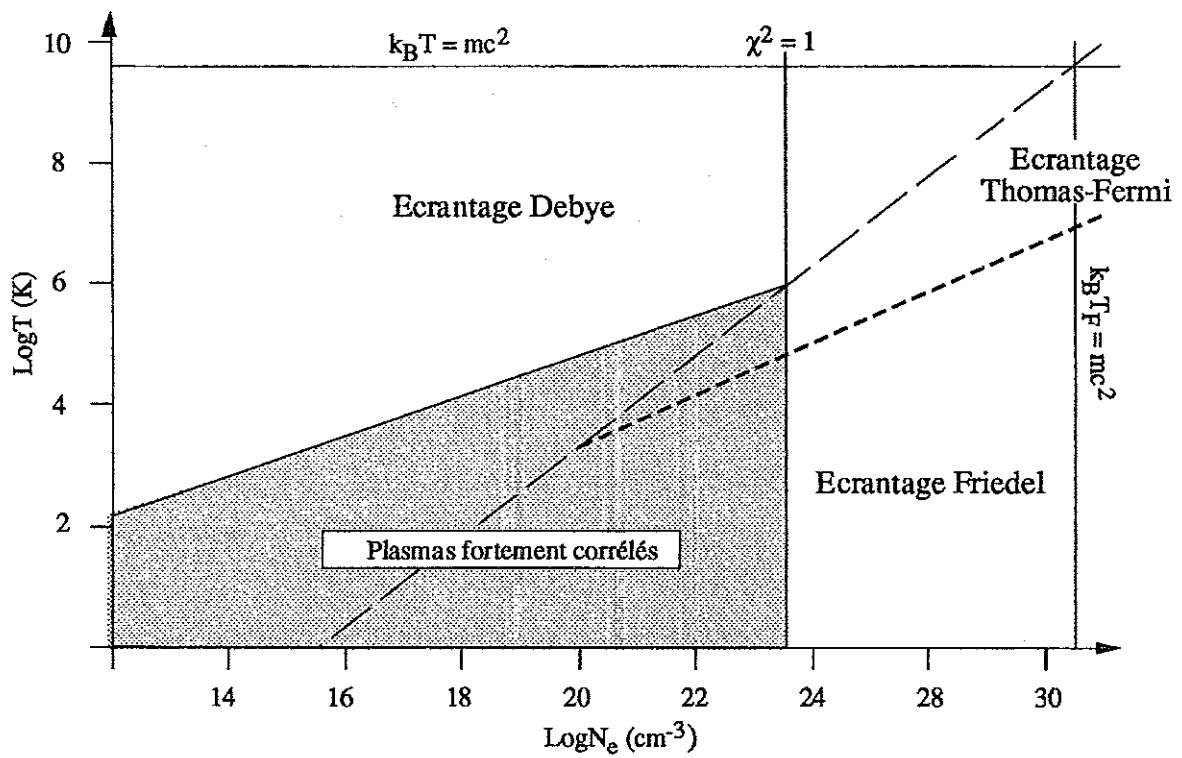


Figure 1.7: Types d'écrantages en fonction des paramètres du plasma. La ligne en pointillés longs représente la frontière $T_e = 1$ ($T_e = T/T_F$) entre l'écrantage de Debye et de Thomas-Fermi. La ligne en pointillés courts représente la frontière $T_e = \chi^2/\pi$ entre l'écrantage de Thomas-Fermi et de Friedel.

être coagulée vis-à-vis des excitations collectives (ou plasmons); il suffit pour cela que l'on puisse remplacer la fonction exponentielle dans la transformée de Fourier de la densité de la charge par 1 tout au long de la courbe de résonance. La plus grande valeur de z de la courbe de résonance est donnée par $\chi/\sqrt{3}A_0$. Nous écrirons donc pour obtenir le critère de coagulation pour les excitations collectives,

$$2k_F \frac{\chi}{\sqrt{3}A_0} R \ll 1 \iff R \ll \frac{\sqrt{3}A_0}{2k_F\chi} \approx \frac{V_e}{\omega_p},$$

R étant comme précédemment le rayon de la plus petite sphère contenant la charge. La quantité V_e/ω_p représente la longueur de Debye si le gaz est classique et la longueur de Thomas-Fermi dans le cas dégénéré. Pour une charge à grande vitesse, la longueur d'écrantage représente donc la distance de coagulation vis-à-vis des excitations collectives.

1.4.2 Charges équivalentes

Nous étudions ici la possibilité pour deux charges d'être freinées de la même manière. De telles charges seront dites équivalentes. L'idée est que la forme de la charge n'entrant en ligne de compte qu'à travers le carré du module de sa transformée de Fourier, les pouvoirs d'arrêt pour deux charges ayant des transformées de Fourier de même module seront égaux. Nous allons montrer que l'équation suivante

$$\rho(\vec{r}) = \rho^0(\vec{r}) \otimes \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp[i\varphi(\vec{k})] \right\}, \quad (1.43)$$

\mathcal{F}^{-1} représentant l'opérateur Fourier inverse, \otimes le produit de convolution et φ n'importe quelle fonction impaire de \vec{k} , définit une famille de distributions de charges ρ toutes équivalentes à la distribution ρ^0 .

Pour cela, appliquons l'opérateur \mathcal{F} à une telle distribution. On obtient,

$$\rho(\vec{k}) = \rho^0(\vec{k}) \exp[i\varphi(\vec{k})]. \quad (1.44)$$

Si nous désignons par $\varphi^0(\vec{k})$ l'argument de $\rho^0(\vec{k})$ nous aurons alors

$$\rho(\vec{k}) = |\rho^0(\vec{k})| \exp[i\varphi^0(\vec{k}) + i\varphi(\vec{k})], \quad (1.45)$$

qui prouve bien $|\rho(\vec{k})|^2 = |\rho^0(\vec{k})|^2$. La condition d'imparité de la fonction φ est imposée par le fait que $\rho(\vec{r})$ doit être une fonction réelle (la transformée de Fourier d'une fonction réelle est en effet nécessairement paire en module et impaire en argument). Nous avons ainsi montré qu'une distribution de la forme (1.43) est équivalente à ρ^0 .

Deux remarques importantes restent à faire. Nous avons prouvé que les distributions de charges données par l'équation (1.43) sont pareillement freinées mais nous n'avons pas montré qu'une distribution équivalente à ρ^0 est nécessairement de la forme (1.43). Cette réciproque est impossible à obtenir car l'égalité des freinages implique l'égalité des intégrales données par (1.15), ce qui n'implique pas du tout l'égalité des modules des transformées de Fourier des deux charges.

La seconde remarque concerne l'approximation de petite perturbation effectuée pour calculer le pouvoir d'arrêt. La perte d'énergie ne peut en effet s'exprimer en

fonction du module de la transformée de Fourier que dans le formalisme de la réponse linéaire; les auteurs ayant été au delà (voir Esbensen & Sigmund, [33]) montrent que les premiers termes non linéaires du champ induit par une charge en mouvement dans le plasma dépendent aussi de l'argument des transformées de Fourier. Nous ne pouvons donc affirmer l'équivalence des charges données par l'équation (1.43) que dans la limite où l'on peut traiter leur freinage par la réponse linéaire.

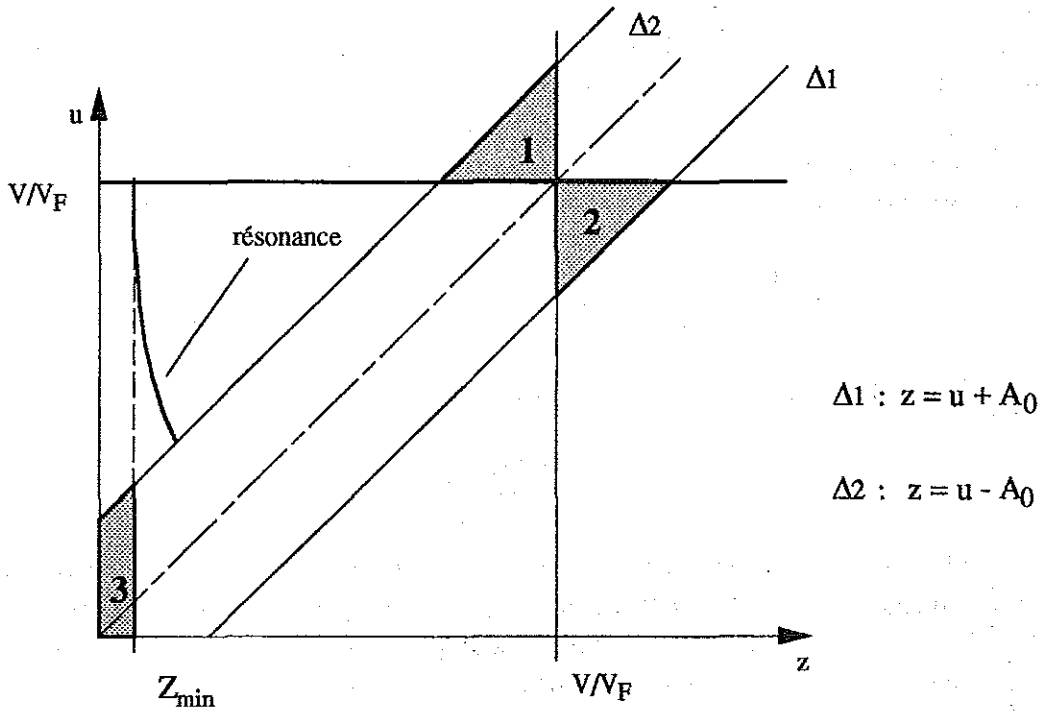


Figure 1.8: Représentation schématique des erreurs commises en changeant le domaine d'intégration entrant dans le calcul du nombre d'arrêt L à haute vitesse. On ajoute l'intégrale sur le domaine 1 et l'on retranche celle sur 2 et 3. L'erreur décroît comme $1/V^4$.

1.5 Expressions approchées du pouvoir d'arrêt

Nous allons ici étudier des expressions approchées du nombre d'arrêt défini par l'équation (1.18) dans les limites haute et basse vitesse,

$$L = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] |n(2k_F z)|^2, \quad (1.46)$$

et

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N_e e^4}{m_e V^2} L.$$

1.5.1 Limite haute vitesse

Nous nous plaçons ici dans le cas où la vitesse V de la charge est très grande devant V_e , vitesse moyenne des électrons du plasma. Dans ce domaine de vitesse, nous allons adapter une démarche proposée par Lindhard pour une charge ponctuelle freinée dans un gaz à température nulle et utilisée par Maynard [3] à température non nulle. Nous allons changer le domaine d'intégration mis en jeu dans le calcul de L . Au lieu d'intégrer z de 0 à l'infini et u de 0 à V/V_F , on intègre en faisant varier z de Z_{min} à V/V_F et u de 0 à l'infini. Le raisonnement repose alors sur le fait que l'on peut considérer la fonction perte comme quasiment nulle en dehors des régions (A) et (B)

définies au paragraphe (1.3.3). On peut constater directement les erreurs commises sur la figure (1.8). L'imprécision provient des excitations électron-trous. Toute la portion de la courbe de résonance contenue dans le domaine d'intégration initial est encore présente dans le domaine modifié. On a, par rapport à l'intégration exacte, supprimé l'intégrale sur les domaines **2**, **3** et ajouté celle portant sur le domaine **1**. Le grand intérêt de cette méthode et que nous avons maintenant à calculer,

$$L' = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_{z_{min}}^{V/V_F} z |n(2k_F z)|^2 dz \int_0^\infty u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right], \quad (1.47)$$

avec une intégrale sur les u dont on connaît l'expression exacte par la règle de somme (1.29). Il vient

$$L' = \int_{z_{min}}^{V/V_F} \frac{|n(2k_F z)|^2}{z} dz. \quad (1.48)$$

Il reste maintenant à évaluer l'erreur commise en remplaçant L par L' . Comparant, pour une charge ponctuelle ($n(2k_F z) = 1$), le développement de L'_p pour $V \gg V_e$ (l'indice p est ici pour *ponctuel*) avec le développement asymptotique de L_p obtenu par un calcul direct, Maynard a montré que les deux développements coïncident jusqu'à l'ordre $1/V^2$. Comme le terme en $1/V^3$ est nul, on peut écrire

$$L_p = L'_p + O(1/V^4), \quad (1.49)$$

et ceci à toute température, pour une charge ponctuelle. Nous montrons en appendice 1.A que ce résultat est conservé pour une charge non ponctuelle. On aura donc aussi pour une charge étendue

$$L = L' + O(1/V^4), \quad (1.50)$$

L' étant donné par l'équation (1.48) Nous pouvons remarquer que l'approximation plasmon-pôle (1.30) mène à la même expression approchée du nombre d'arrêt si on l'utilise pour évaluer l'intégrale (1.46).

1.5.2 Limite basse vitesse

Le calcul se conduit ici exactement de la même manière que dans le cas d'une charge ponctuelle, en faisant un développement de l'intégrand de L pour $u \ll 1$. On obtient [3]

$$L = \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^\infty \frac{z^3 |n(2k_F z)|^2 dz}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, 0)]^2 (1 + \exp[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e])} + O(V^4). \quad (1.51)$$

Le nombre d'arrêt étant fonction du cube de la vitesse, le pouvoir d'arrêt se trouve être proportionnel à la vitesse (voir Eq.1.18). Le terme $\chi^2 f_1(z, 0)$ présent au dénominateur de l'intégrand représente l'écrantage statique, et l'on a pour $z \rightarrow 0$ [30],

- $\chi^2 f_1(z, 0) \rightarrow (2k_F \lambda_{TF})^{-2}$ si $T_e \ll 1$,
- $\chi^2 f_1(z, 0) \rightarrow (2k_F \lambda_D)^{-2}$ si $T_e \gg 1$,

avec $T_e = T/T_F$. Une approximation supplémentaire consiste justement à remplacer dans (1.51) la fonction $\chi^2 f_1(z, 0)$ par sa valeur en 0. Cette simplification donne de très bons résultats dans le cas d'une charge ponctuelle [3] et ne peut qu'en donner de meilleurs dans le cas contraire puisque l'extension de la charge a pour effet d'annuler sa transformée de Fourier aux grands z , là où justement la simplification est la moins évidente. On écrira finalement

$$L = \left(\frac{V}{V_F}\right)^3 C(\chi^2, T_e),$$

où,

$$C(\chi^2, T_e) = \int_0^\infty \frac{z^3 |n(2k_F z)|^2 dz}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 \left(1 + \exp\left[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e\right]\right)} + O(V), \quad (1.52)$$

avec $\mathcal{A}^2 = \chi^2 f_1(0, 0)$. La fonction $C(\chi^2, T_e)$ admet les limites suivantes à haute et basse température;

- pour $T_e \gg 1$, on a

$$C(\chi^2, T_e) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi} T_e^{3/2}} \int_0^\infty \frac{z^3 |n(2k_F z)|^2 \exp(-z^2/T_e)}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2} dz. \quad (1.53)$$

- Pour $T_e \ll 1$, on a

$$C(\chi^2, T_e) = \int_0^1 \frac{z^3 |n(2k_F z)|^2}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2} dz. \quad (1.54)$$

1.5.3 Pouvoir d'arrêt pour $V = V_e$

Le pouvoir d'arrêt pour une vitesse égale à la vitesse moyenne des électrons ne peut être obtenu par les développements asymptotiques précédents. Il revêt pourtant une grande importance car il atteint son maximum à cet endroit du domaine des vitesses. Nous allons utiliser cette propriété pour simplifier la quadrature donnant le nombre d'arrêt L . Nous écrivons pour cela (voir Eq.1.18),

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi N_e e^4 L(\theta)}{m_e V_F^2 \theta^2},$$

avec $\theta = V/V_F$. Il reste alors à écrire que cette fonction est maximale pour $\theta = A_0(T_e)$ (que nous notons désormais A_0). On a

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{dE}{dx} \right) \propto \frac{\theta^2 (dL/d\theta) - 2\theta L(\theta)}{\theta^4}.$$

L'annulation de cette dérivée pour $\theta = A_0$ donne ainsi

$$L(A_0) = \frac{A_0}{2} \left(\frac{dL(\theta)}{d\theta} \right)_{\theta=A_0} \quad (1.55)$$

La fonction $dL/d\theta$ est donnée par

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{6\theta}{\pi \chi^2} \int_0^\infty z dz \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, \theta)} \right] |n(2k_F z)|^2. \quad (1.56)$$

Finalement,

$$L(A_0) = \frac{6}{\pi\chi^2} \frac{A_0^2}{2} \int_0^\infty z dz \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, A_0)} \right] |n(2k_F z)|^2. \quad (1.57)$$

Nous avons ainsi simplifié le calcul du nombre d'arrêt en le ramenant à une intégrale simple.

1.6 Pouvoir d'arrêt d'un cluster homogène

Nous mentionnons ici une méthode de simplification de l'expression (1.9) développée par Arista *et al.* [38], Abril *et al.* [39] et Vicanek *et al.* [40]. Dans le cas d'un cluster homogène renfermant un *grand nombre* N d'ions de charge Z (le cas d'un agrégats composés de deux types d'ions Z_1 et Z_2 est aussi traité en [38]), le facteur $\psi(\vec{k}) = \sum_{i,j} Z^2 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_{ji})$ est écrit sous la forme,

$$\psi(\vec{k}) = N \left[Z^2 + Z^2 n_1 \int d^3r g_{11}(r) \frac{\sin(kr)}{kr} \right].$$

n_1 représente la densité ionique moyenne dans le cluster et g_{11} la fonction de corrélation de paire entre deux ions du cluster. Il s'agit donc d'une approche macroscopique de la structure du cluster, adaptée aux situations expérimentales telles que celles rencontrées par Ray *et al.* [23]. Dans le deuxième chapitre de ce travail, nous étudierons le freinage de charges dont la structure ne peut être représentée par un modèle macroscopique homogène (dimère, ions, C_{60} ...).

1.7 Développement du pouvoir d'arrêt pour une charge quasi-ponctuelle

Nous prenons ici une charge pouvant être considérée comme quasiment ponctuelle. Le pouvoir d'arrêt dans ce cas peut se traiter facilement si la charge totale est non nulle. Le problème qui se pose si la charge totale est nulle est le même que celui de la détermination du potentiel créé à grande distance par un ensemble de charges; le premier terme du développement fait intervenir la charge totale, viennent ensuite les moments dipolaires, quadrupolaires ... Nous proposons ici un développement semblable pour le pouvoir d'arrêt d'une charge presque ponctuelle. Cette démarche est semblable à celle employée par mikkelsen [41] pour étudier simplement les effets d'orientation d'un di-cluster sur le pouvoir d'arrêt. Tous le calcul repose sur la possibilité de développer l'exponentielle contenue dans la transformée de Fourier de la distribution de charge $\rho(\vec{r}) = en(\vec{r})$ si les dimensions de cette dernière sont inférieures à la distance de coagulation R_c définie par (1.38). Nous partons pour cela de,

$$\rho(\vec{k}) = \int d^3r \rho(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}).$$

On développe ensuite l'exponentielle,

$$\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = 1 + i\vec{k} \cdot \vec{r} + \frac{(i\vec{k} \cdot \vec{r})^2}{2!} + \dots,$$

pour obtenir

$$\rho(\vec{k}) = Q + i\vec{k} \cdot \vec{P} - \frac{1}{2} \int d^3r \rho(\vec{r}) (\vec{k} \cdot \vec{r})^2 + \dots,$$

avec la charge totale,

$$Q = \int d^3r \rho(\vec{r}),$$

et le moment dipolaire,

$$\vec{P} = \int d^3r \rho(\vec{r}) \vec{r}.$$

La quantité qui nous intéresse pour le pouvoir d'arrêt est $|\rho(\vec{k})|^2$. Dans le cas d'une charge totale nulle, on prend donc le terme dipolaire pour calculer le freinage et il vient avec l'équation (1.15):

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2\pi^2 V} \int d^3k \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{k^2} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] (\vec{k} \cdot \vec{P})^2. \quad (1.58)$$

Ecrivons,

$$(\vec{k} \cdot \vec{P})^2 = k^2 P^2 \cos^2 \alpha.$$

Si nous supposons une orientation aléatoire du moment dipolaire, nous remplaçons le terme angulaire par sa moyenne³

$$\langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \cos^2 \alpha = \frac{1}{3}.$$

On trouve alors pour le nombre d'arrêt (1.18),

$$L \approx \frac{8k_F^2 P^2}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z^3 dz \int_0^{V/V_F} u du \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right]. \quad (1.59)$$

³Au sujet de cette manière de faire la moyenne, voir la note page 46.

Appendice 1.A

Nous montrons ici que l'expression approchée du nombre d'arrêt L donnée par l'équation (1.48) est exacte jusqu'à l'ordre 4 en $1/V$. Pour la démonstration, nous notons \mathcal{N} un majorant⁴ de la fonction $n(2k_F z)$.

On lit directement sur la figure (1.8) page 35 l'égalité suivante,

$$L = L' - I_1 + I_2 + I_3,$$

I_1, I_2, I_3 étant les intégrales sur les domaines **1**, **2** et **3**,

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^{V/V_F} z |n(2k_F z)|^2 dz \int_{V/V_F}^{\infty} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right], \\ I_2 &= \frac{6}{\pi\chi^2} \int_{V/V_F}^{\infty} z |n(2k_F z)|^2 dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right], \\ I_3 &= \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^{Z_{min}} z |n(2k_F z)|^2 dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right], \end{aligned}$$

avec $Z_{min} = z_r(V/V_F)$. Rappelons ici l'expression analytique de la fonction perte donnée par l'équation (1.27)

$$\operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] = \frac{z^2 \chi^2 f_2(z, u)}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, u)]^2 + [\chi^2 f_2(z, u)]^2}.$$

Commençons par l'étude de l'intégrale I_3 . Lorsque V/V_F devient grand, le domaine d'intégration sur la variable u grandit tandis que celui sur z diminue. Mais la très forte décroissance vers 0 de la fonction $f_2(z, u)$ fait que la quadrature sur les u reste bornée par une fonction que nous noterons $\mathcal{M}(z)$. On peut plus précisément écrire

$$\int_0^{V/V_F} \frac{u du \chi^2 f_2(z, u)}{D(z, u)} < \int_0^{\infty} \frac{u du \chi^2 f_2(z, u)}{D(z, u)} = \mathcal{M}(z),$$

où $D(z, u) = [z^2 + \chi^2 f_1(z, u)]^2 + [\chi^2 f_2(z, u)]^2$.

La fonction $\mathcal{M}(z)$ étant elle-même bornée, disons par \mathcal{M} , il vient finalement

$$I_3 < \mathcal{M} \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^{Z_{min}} |n(2k_F z)|^2 z^3 dz < \mathcal{M} \mathcal{N}^2 \frac{3}{2\pi\chi^2} Z_{min}^4.$$

Il ne reste plus qu'à remarquer à l'aide de la relation de dispersion (1.25) que Z_{min} étant la valeur résonnante de z correspondant à $u = V/V_F$, Z_{min}^4 tend vers 0 comme $1/V^4$. L'imprécision commise en ôtant l'intégration sur le domaine **3** dans le calcul du nombre d'arrêt ne peut donc se manifester qu'à partir de l'ordre 4 en $1/V$, et ceci pour n'importe quelle forme de la charge freinée.

Nous allons maintenant étudier les imprécisions résultant des quadratures I_1 et I_2 . Le résultat précédent nous montre que pour une charge ponctuelle, $I_2 - I_1$ doit

⁴Ce majorant existe, sauf si $n(\vec{r})$ est périodique: mais la distribution correspondante serait alors d'étendue infinie, ce qui n'a physiquement aucun sens.

nécessairement tendre vers 0 comme $1/V^4$. Lorsque l'on passe à une charge étendue, ce résultat doit se conserver et même s'améliorer; les quadratures I_1 et I_2 font en effet intervenir les valeurs de leur intégrant aux grands z . Or, en tant que transformée de Fourier, la fonction $n(2k_F z)$ tend nécessairement vers 0 lorsque z tend vers l'infini. L'erreur commise sur cette partie du domaine d'intégration ne peut ainsi que diminuer lorsque l'on passe à une charge non ponctuelle.

Nous avons finalement montré que I_3 et $I_2 - I_1$ décroissent aussi en $1/V^4$ si la charge n'est pas ponctuelle.

Chapitre 2

Freinage de quelques distributions particulières

Nous allons maintenant appliquer le formalisme développé au chapitre précédent à quelques distributions de charges particulières. Nous étudierons tout d'abord le di-cluster orienté aléatoirement; ce "cas d'école" déjà étudié par Arista [31] à température nulle consiste en l'analyse des corrélations pour deux charges dont le vecteur séparation \vec{R} est orienté aléatoirement. Nous montrerons ensuite qu'un ion, même seul, peut dans certains cas ne pas pouvoir être considéré comme ponctuel et nous ferons l'étude de son ralentissement en attribuant une extension finie au nuage électronique qui l'accompagne. Nous considérerons ensuite le freinage d'un agrégat dont les constituants peuvent être considérés comme répartis uniformément à la surface d'une sphère, le cas du C_{60} ou "footballène"¹ est typique de ce type de répartition. Enfin, nous terminerons par l'étude du freinage d'un agrégat ne comportant pas de symétrie sphérique mais une symétrie cylindrique, rendant possible le calcul analytique du pouvoir d'arrêt.

Nous allons commencer par rappeler certains résultats relatifs au freinage d'une charge ponctuelle.

2.1 Résultats pour une charge ponctuelle

Dans la limite haute vitesse, le premier développement asymptotique du pouvoir d'arrêt est dû à Lindhard et Winther [42] avec,

$$L = \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar\omega_p} \right) - \frac{3}{5} \frac{\langle V_F^2 \rangle}{V^2} - \frac{3}{14} \frac{\langle V_F^4 \rangle}{2V^4} + \dots, \quad (2.1)$$

le calcul étant mené à $T = 0$.

A température quelconque, les travaux de Sigmund et Fu [4] (pour le terme en V^{-2}) puis de Maynard [3] (pour le terme en V^{-4}) donnent le développement asymptotique du nombre d'arrêt,

$$L = \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar\omega_p} \right) - \frac{\langle V_e^2 \rangle}{V^2} - \frac{\langle V_e^4 \rangle}{2V^4} + \dots, \quad (2.2)$$

avec

$$\langle V_e^{2n} \rangle = T_e^n \frac{F_{n+1/2}(\alpha^e)}{F_{1/2}(\alpha^e)} V_F^{2n},$$

$F_n(x)$ étant la fonction de Fermi d'ordre n (Eq.1.22) et α^e le degré de dégénérescence du gaz d'électrons, $\alpha^e = \mu/k_B T$. On retrouve le résultat de Lindhard et Winter dans la limite basse température en utilisant,

$$\lim_{T_e \rightarrow 0} \langle V_e^{2n} \rangle = \frac{3}{2n+3} \langle V_F^{2n} \rangle.$$

Il est ici utile de comparer le résultat (2.2) avec l'expression asymptotique fournie par l'équation (1.48),

$$L = \int_{z_{min}}^{V/V_F} \frac{dz}{z}, \quad (2.3)$$

¹Surnommé ainsi à cause de sa structure similaire à celle d'un ballon de football, voir la figure en page 64.

qui fournit le développement suivant,

$$L = \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar \omega_p} \right) - \frac{\langle V_e^2 \rangle}{V^2} - \left[\frac{\langle V_e^4 \rangle - 0.5 \langle V_e^2 \rangle^2}{V^4} \right] + \dots \quad (2.4)$$

Les deux développements ne diffèrent qu'à partir de l'ordre 4. Néanmoins, ils sont très proches l'un de l'autre [3] dès que $V > 2V_e$.

A basse vitesse, $V \ll V_e$, on écrit [15,42,3]

$$L = \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 C(\chi^2, T_e),$$

avec,

$$C(\chi^2, T_e) = \int_0^\infty \frac{z^3 dz}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 \left(1 + \exp \left[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e \right] \right)}, \quad (2.5)$$

et $\mathcal{A}^2 = \chi^2 f_1(0, 0)$. A haute et basse température, cette expression admet pour limite

$$C(\chi^2, T_e \ll 1) = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left(\frac{1 + \mathcal{A}^2}{\mathcal{A}^2} \right) - \frac{1}{1 + \mathcal{A}^2} \right\},$$

et

$$C(\chi^2, T_e \gg 1) = \frac{2}{\pi^{1/2} T_e^{3/2}} \left\{ \ln(\mathcal{A}^{-1}) - 1 + \mathcal{A} \ln(\mathcal{A}^{-1}) \right\}. \quad (2.6)$$

2.2 Di-cluster orienté aléatoirement

Nous envisageons ici le freinage d'un agrégat formé de deux charges. Ce type de distribution peut par exemple représenter une molécule di-atomique. Nous considérons donc une distribution de charge du type,

$$n(\vec{r}) = Z_1\delta(\vec{r}) + Z_2\delta(\vec{r} - \vec{R}), \quad (2.7)$$

dont la transformée de Fourier est

$$n(\vec{k}) = Z_1 + Z_2 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}). \quad (2.8)$$

La quantité entrant dans le pouvoir d'arrêt est ainsi,

$$|n(\vec{k})|^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos(\vec{k} \cdot \vec{R}). \quad (2.9)$$

L'étape suivante du calcul consiste à moyenner le terme $\cos(\vec{k} \cdot \vec{R})$ sur l'orientation du vecteur \vec{R} [31], on écrit ainsi²

$$\langle \cos(\vec{k} \cdot \vec{R}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_{\vec{R}} \cos(\vec{k} \cdot \vec{R}) = \frac{\sin(kR)}{kR} = \text{sinc}(kR). \quad (2.10)$$

Avec $\text{sinc}x = \sin(x)/x$ ("sinus cardinal"). Selon l'équation (1.18), le nombre d'arrêt s'écrira donc ici,

$$L = L_p \left(Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \frac{L_c}{L_p} \right), \quad (2.11)$$

avec

$$L_p = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right],$$

et

$$L_c = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \text{sinc}(2k_F R z).$$

Le nombre d'arrêt est ainsi la somme d'une partie ponctuelle L_p et d'une partie représentant les corrélations L_c . Lorsque R est nul, on retrouve bien le nombre d'arrêt d'une charge ponctuelle $Z_1 + Z_2$ tandis que lorsque R devient grand, la partie corrélée s'annule et l'on retrouve la somme des freinages sans aucune interaction.

2.2.1 Limite haute vitesse

Nous pouvons utiliser la formule (1.48) qui donne le début du développement du nombre d'arrêt à haute vitesse,

$$L_p = \ln \left(\frac{V/V_F}{Z_{min}} \right) + O(1/V^4), \quad (2.12)$$

²On effectue ici la moyenne à l'intérieur de l'intégrale (1.18) ($\int \langle \rangle$). On calcule ainsi le freinage du "di-cluster moyen" et non la moyenne de la perte d'énergie ($\langle \int \rangle$) du di-cluster quand on change son orientation. Ces deux manières de procéder ne mènent pas a priori au même résultat. Néanmoins, la première permet de pousser le calcul analytique plus loin et d'analyser plus globalement les effets de voisinage.

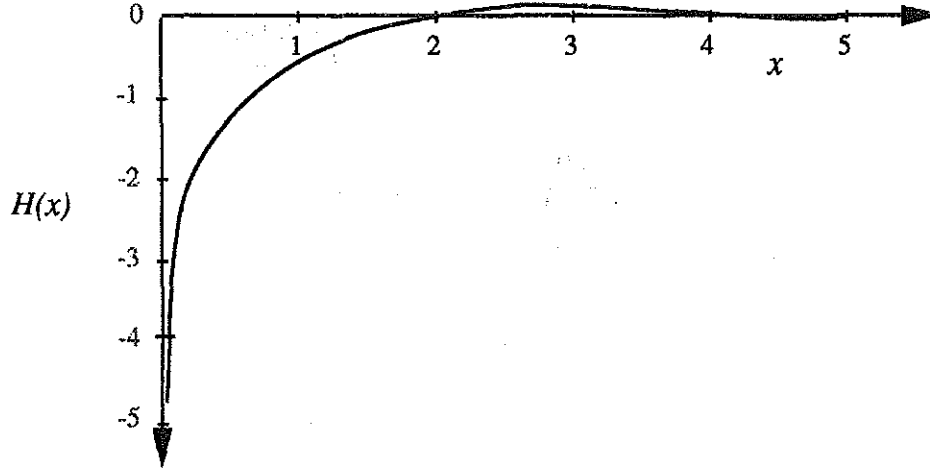


Figure 2.1: Courbe représentative de la fonction $H(x)=\text{Ci}(x)-\sin(x)/x$.

et

$$L_c = \int_{Z_{\min}}^{V/V_F} \frac{\text{sinc}(2k_F R z)}{z} dz + O(1/V^4) = H\left(\frac{R}{R_c}\right) - H\left(\frac{R}{R_d}\right) + O(1/V^4), \quad (2.13)$$

$H(x) = \text{Ci}(x) - \text{sinc}(x)$, où $\text{Ci}(x)$ désigne le cosinus intégral,

$$\text{Ci}(x) = \int_x^{\infty} \frac{\cos(t)}{t} dt.$$

On a,

$$H(x) \underset{x \rightarrow 0}{\approx} \ln(x) + \gamma - 1, \quad H(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\approx} -\frac{\cos(x)}{x^2}.$$

$\gamma \approx 0,577$ est ici la constante d'Euler. On trouvera la courbe représentative de la fonction $H(x)$ sur la figure (2.1).

Nous avons introduit R_c et R_d , les distances de coagulation et de décorrélation définies au chapitre 1 dans ce domaine de vitesse (Eq.1.35 et 1.39),

$$R_c = \frac{V_F}{2k_F V} = \frac{\hbar}{2m_e V},$$

et

$$R_d = \frac{1}{2k_F Z_{\min}} \approx \frac{V}{\omega_p}.$$

Nous pouvons ici envisager trois situations pour la distance R .

- $R \ll R_c$. Il vient alors

$$L_c = L_p - \frac{1}{12} \left(\frac{R}{R_c}\right)^2 \left[1 - \frac{\chi^2}{3} \left(\frac{V_F}{V}\right)^4\right] + \dots \quad (2.14)$$

La distance de coagulation R_c diminuant lorsque la vitesse augmente, les corrélations à faible distance diminuent. Il apparaît de plus que la température n'a qu'un faible effet sur le terme de corrélation.

- $R \gg R_d$. Nous sommes ici dans la limite de décorrélation, limite dans laquelle le terme de corrélation tend donc vers 0. Avec $H(x) = -\cos(x)/x^2 + O(1/x^3)$ pour $x \gg 1$ il vient

$$L_c = -\frac{\cos(R/R_d)}{(R/R_d)^2} + \frac{\cos(R/R_c)}{(R/R_c)^2} + \dots \quad (2.15)$$

On constate ici des oscillations à grande distance de la partie corrélée du pouvoir d'arrêt. Ces oscillations sont en relation avec les oscillations du champ écrané d'une charge en mouvement [36]. La température intervient ici aussi faiblement au travers de la distance R_d . En revanche, cette distance étant proportionnelle à la vitesse, les corrélations à grande distance augmentent avec la vitesse. Enfin, comme $R/R_d \ll R/R_c$, le $\cos(R/R_c)$ est bien plus amorti que le $\cos(R/R_d)$.

- $R_c < R < R_d$. C'est ici le cas intermédiaire; les corrélations ne sont ni négligeables ni complètes. On peut obtenir une expression analytique réduite de L_c lorsque la distance R est à mi-chemin des distances critiques et que les paramètres du problème permettent de réaliser l'inégalité forte $R_c \ll R \ll R_d$. En négligeant³ $H(R/R_c)$ et en développant $H(R/R_d)$ pour $R/R_d \ll 1$, il vient [31]

$$L_c \approx (1 - \gamma) + \ln(R_d/R), \quad (2.16)$$

Cette limite représente le cas où le di-cluster est décorrélé vis-à-vis des excitations de paires électron-trous mais coagulé vis-à-vis des excitations collectives.

On peut remarquer que dans tous les cas de figure, la température ne joue qu'un faible rôle quantitatif; les expressions trouvées sont en effet presque identiques à celles que l'on obtient à température nulle [31]. On trouvera sur les figures (2.2) et (2.3) l'évaluation numérique du rapport L_c/L_p en fonction de la distance R pour une vitesse du projectile égale à trois fois la vitesse moyenne électronique V_e . La densité du gaz est $N_e = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ sur la figure (2.2) et $N_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ pour la figure (2.3). En travaillant avec un rapport V/V_e constant, on augmente la vitesse réelle du di-cluster en augmentant la température et on observe les effets annoncés précédemment; les corrélations diminuent à faible distance et augmentent à grande distance. Enfin, la densité modifie le processus par l'intermédiaire de la pulsation plasma qui détermine en partie la distance de décorrélation.

2.2.2 Limite basse vitesse

C'est dans ce domaine que l'effet qualitatif de la température est important. Ceci est dû au fait très général que les propriétés statiques du gaz d'électrons mises en jeu dans le mécanisme du freinage varient beaucoup avec la dégénérescence. L'expression approchée du nombre d'arrêt L_c représentant les corrélations est obtenue directement à partir de l'étude réalisée au chapitre 1 (Eq.1.52) et on a

$$L_c = \left(\frac{V}{V_F}\right)^3 C(\chi^2, T_e),$$

³Comme $R/R_c \gg 1$, $H(R/R_c) = O[(R_c/R)^2]$ tandis que $H(R/R_d) \approx \ln(R/R_d)$ puisque $R/R_d \ll 1$.

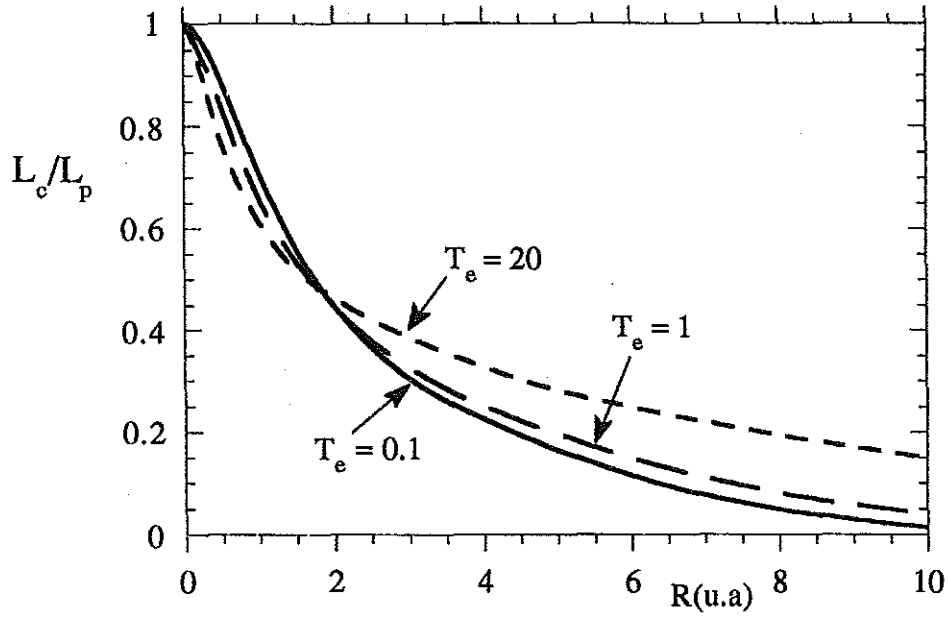


Figure 2.2: Courbes représentatives du rapport L_c/L_p en fonction de la distance R (en unité atomique) séparant les deux charges du di-cluster. On a pour l'agrégat $V = 3V_e$ et pour le gaz $N_e = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. Les trois courbes correspondent à trois valeurs de T_e : 0, 1; 1; 20 ($T_e = T/T_F$). Le gaz d'électrons est ainsi successivement fortement dégénéré, faiblement dégénéré puis classique.

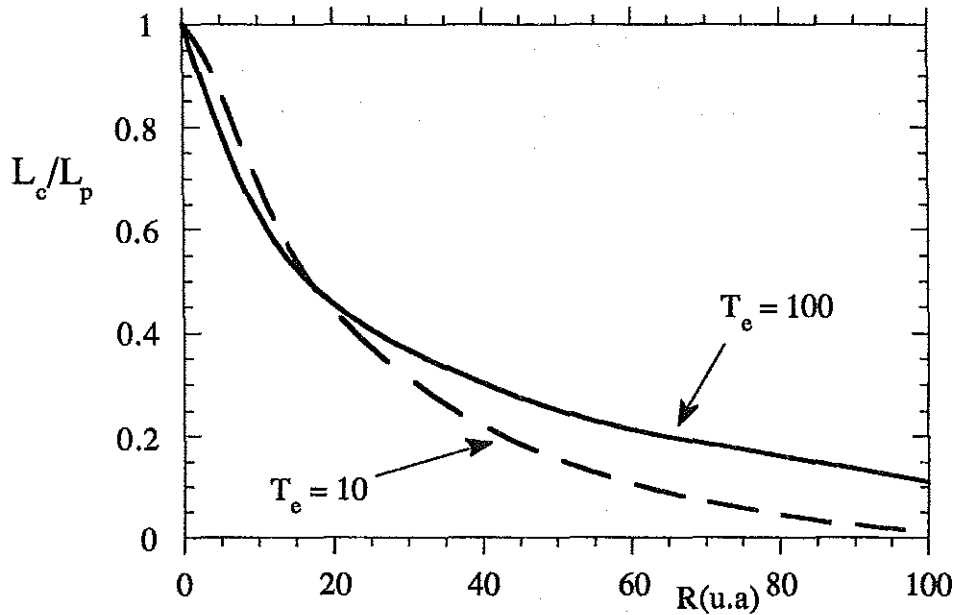


Figure 2.3: Mêmes types de courbes que pour la figure précédente, mais à la densité $N_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Les deux valeurs de T_e correspondent à des plasmas classiques; un plasma dégénéré à cette densité est en effet fortement couplé.

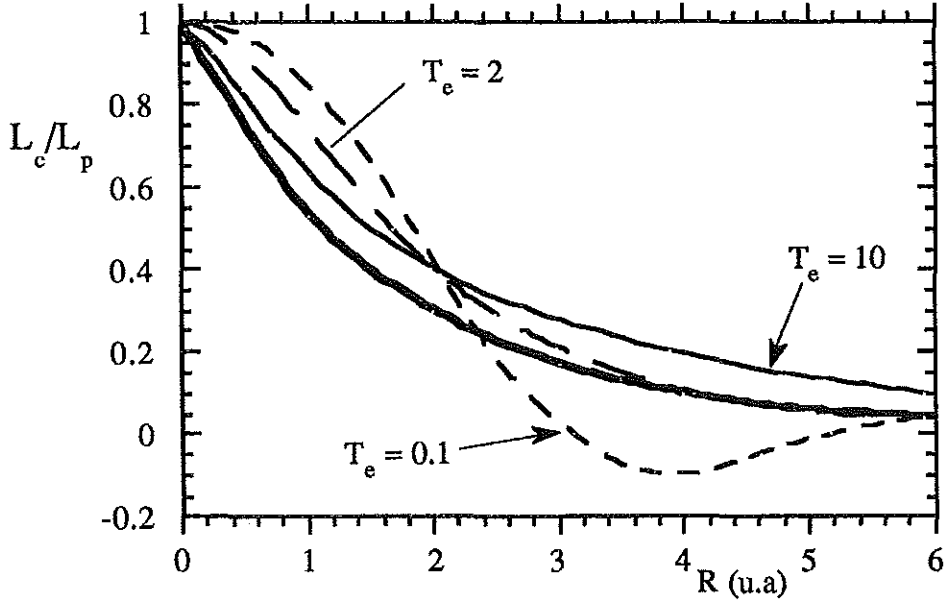


Figure 2.4: Rapport L_c/L_p en fonction de la distance R (en u.a.) séparant les deux charges du di-cluster. On a $V/V_e = 1/10$. La courbe en trait plein épais est issue des calculs d'Arista *et al.* dans lesquels $T/T_F = T_e=10$, $N_e = 1,69 \cdot 10^{24} \text{ cm}^{-3}$. Pour les autres, on a toujours $N_e = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$.

où,

$$C(\chi^2, T_e) = \int_0^\infty \frac{z^3 \text{sinc}(2k_F z)}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 (1 + \exp[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e])} dz, \quad (2.17)$$

avec $\mathcal{A}^2 = \chi^2 f_1(0, 0)$. On peut dès lors calculer les limites de cette expression à haute et basse température ou à R grand ou petit. Nous nous contenterons d'en donner les équivalents aux grands R dans les cas classique et dégénéré. On a à température nulle (intégrer par partie l'Eq.1.54),

$$C(\chi^2, T_e = 0) = -\frac{\cos(2k_F R)}{(2k_F R)^2} + O(1/R^3), \quad (2.18)$$

et dans le cas classique, l'Eq.(1.53) conduit à,

$$C(\chi^2, T_e \gg 1) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi} T_e^{3/2}} \int_0^\infty \frac{u^3 du}{[u^2 + 1]^2} \text{sinc}\left(u \frac{R}{\lambda_D}\right). \quad (2.19)$$

La connexion avec le phénomène d'écrantage statique apparaît ainsi clairement. On observe dans le jellium ($T = 0$) des oscillations du terme de corrélation en relation avec les oscillations de Friedel [37] du potentiel écranté. Dans le cas classique, la décroissance des corrélations rappelle nettement l'écrantage de Debye. On trouvera sur les figures (2.4) et (2.5) l'évaluation numérique du rapport L_c/L_p en fonction de la distance R pour une vitesse du projectile égale au dixième de la vitesse moyenne électronique V_e . La densité du gaz est $N_e = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ sur la figure (2.4) et $N_e = 10^{19}$

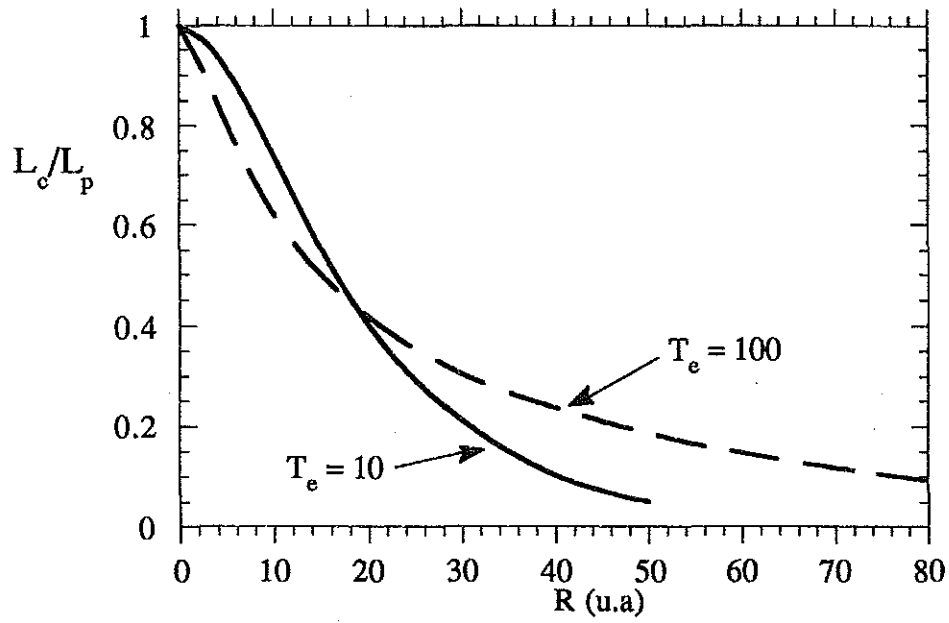


Figure 2.5: Rapport L_c/L_p pour $N_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Les deux valeurs de T_e correspondent à des plasmas classiques; un plasma dégénéré à cette densité est en effet fortement couplé.

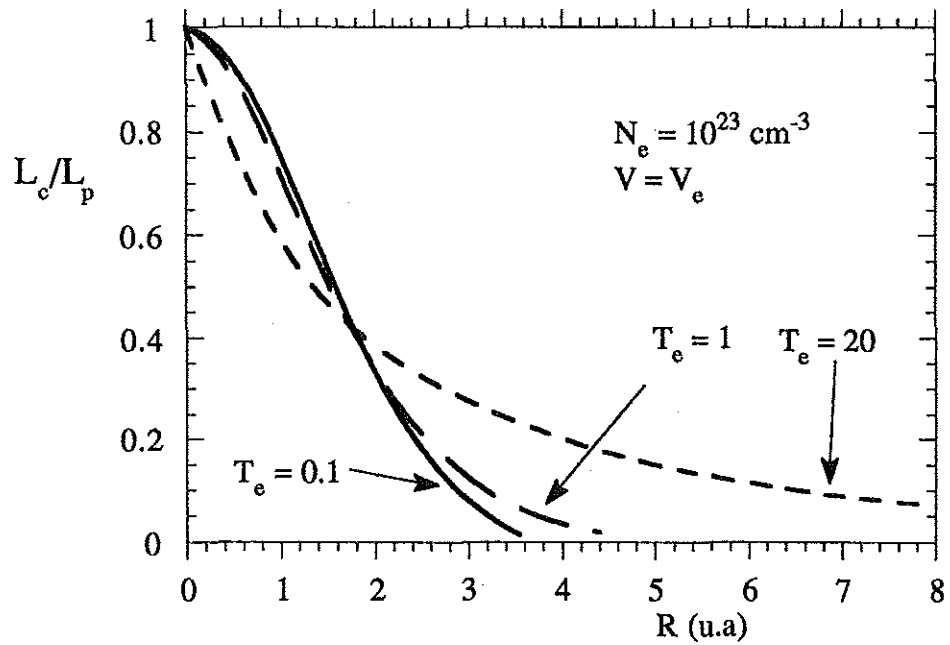


Figure 2.6: Rapport L_c/L_p quand le di-cluster est animé d'une vitesse V égale à V_e , la vitesse électronique moyenne.

cm^{-3} pour la figure (2.5). On remarque que les oscillations présentes dans le jellium disparaissent dans le cas classique, cet effet est relié au comportement de l'écrantage statique et se retrouve dans la Réf. [38] dans laquelle les auteurs ont utilisé une expression approchée de la constante APA pour calculer le pouvoir d'arrêt à basse vitesse. Le calcul d'Arista *et al.* [38] est effectué à $T_e = 10$ et $N_e = 1,69.10^{24} \text{ cm}^{-3}$, cette densité plus élevée que celle de notre calcul provoque une diminution de la longueur d'écran ($k_F^{-1} \propto N_e^{-1/3}$) et donc un amortissement plus rapide des corrélations. La densité joue ici encore un rôle important en contrôlant la longueur d'écran.

2.2.3 Cas $V = V_e$

Nous examinons finalement le nombre d'arrêt L_c pour une vitesse égale à la vitesse thermique. Nous avons effectué son évaluation numérique et tracé le rapport L_c/L_p sur la figure (2.6).

2.2.4 Manifestations des oscillations du terme de corrélation

Un coup d'œil aux figures (2.4), (2.6) puis (2.2) montre que dans un gaz dégénéré, les oscillations du rapport L_c/L_p s'atténuent lorsque la vitesse du cluster augmente. L'écrantage passe en effet du régime statique au régime dynamique quand la vitesse des ions dépasse la vitesse de Fermi, et les oscillations du potentiel écranté dynamique sont imperceptibles en comparaison de celles de Friedel.

Des expériences de ralentissement d'ions H^{2+} dans une cible d'aluminium [20] ou de carbone [21], ont mis en évidence une diminution du freinage du di-cluster par rapport à la somme du freinages de ses composants (le même effet est observé lors du ralentissement d'ions N^{2+} dans des feuilles de carbone [21]). Ainsi, la quantité

$$R = 1 + \frac{L_c}{L_p},$$

qui mesure cet effet pour un agrégat contenant deux ions de même charge, est inférieure à 1, à basse vitesse. R redevient supérieur à 1 au dessus d'une vitesse critique comprise entre 1 et 2 u.a. C'est aussi dans cet intervalle que l'on trouve la vitesse de Fermi des matériaux cible ($V_F=1,24$ u.a. pour les électrons de valence de l'aluminium tandis que la carbone est dans la Réf. [20] modélisé par un jellium avec $V_F=1,3$ u.a.).

La distance interionique⁴ dans le plasma est d'environ 3-5 u.a dans le cas de H^{2+} . La figure (2.4) montre que L_c/L_p est alors négatif, ces distances se situant dans le "creux" d'une oscillation de Friedel; on a donc $R < 1$. Lorsque la vitesse des ions devient plus grande que la vitesse de Fermi, L_c/L_p redevient positif et $R > 1$.

⁴A l'intérieur du plasma, cette distance est déterminée par de multiples facteurs; répulsion coulombienne, straggling ... Une discussion de ces effets est présentée dans la Réf. [20].

2.3 Freinage d'un ion non ponctuel

2.3.1 Critique de l'approximation de l'ion ponctuel

Nous avons constaté dans le premier chapitre qu'une charge peut être considérée comme ponctuelle si sa taille est inférieure à la distance critique de coagulation R_c (voir Eq.1.35). Or, dans certains cas, cette distance est inférieure à l'unité atomique. Par exemple, dans un jellium, si la vitesse de la charge est plus petite que la vitesse de Fermi, cette distance vaut k_F^{-1} tandis que la condition de validité de l'APA à température nulle est $a_o \gg 1/\pi k_F$, a_o étant le rayon de Bohr. Supposons la taille d'un ion donnée par νa_o , ν étant une grandeur fonction de la charge et de l'ionisation.

- Dans le domaine $V \gg A_0(T_e)V_F$, on a

$$R_c = \frac{V_F}{2q_F V} = \frac{\hbar}{2m_e V},$$

V étant la vitesse de l'ion dans le plasma. Cet ion ne peut être considéré comme ponctuel que si $R_c \gg \nu a_o$, qui mène donc à la condition,

$$\nu V \ll \frac{V_F}{2q_F a_o} \iff \nu V \ll 1, 11.10^8 \text{ cm/s} = 0,5 \text{ u.a.} \quad (2.20)$$

Il est un cas de figure dans lequel l'ion, s'il vérifie la condition $V \gg V_e$ est forcément non ponctuel: si $V_F/(2q_F \nu a_o) \gg V_e$ la condition ci-dessus n'a aucune chance d'être vérifiée à cause des valeurs des paramètres du plasma. Avec $V_e = A_0(T_e)V_F$, il vient

$$A_0(T_e) \gg \frac{1}{2q_F \nu a_o}, \quad (2.21)$$

qui définit donc un domaine du plasma où un ion rapide ne peut être considéré comme ponctuel.

- De même, dans le domaine $V \ll A_0(T_e)V_F$, on a

$$R_c = \frac{1}{2q_F A_0(T_e)}$$

et la condition de comportement ponctuel est violée si,

$$\nu a_o \gg \frac{1}{2q_F A_0(T_e)} \iff A_0(T_e) \gg \frac{1}{2q_F \nu a_o}. \quad (2.22)$$

Il apparaît alors que les conditions (2.21) et (2.22) sont les mêmes; elles définissent ainsi un domaine du plasma où, quelle que soit sa vitesse, l'ion ne peut se comporter comme une particule ponctuelle. Cette condition se lit différemment suivant la nature du gaz d'électrons. Dans le cas classique, elle se traduit sur la température par

$$k_B T \gg (3.44/\nu^2) \text{ eV}, \quad (2.23)$$

tandis que dans un jellium, la condition porte sur la densité,

$$N_e \gg (2.8/\nu^3) 10^{23} \text{ cm}^{-3}. \quad (2.24)$$

Ces deux inégalités définissent ainsi des plasmas dans lesquels des effets non ponctuels se produisent forcément.

2.3.2 Calcul du freinage

Le ralentissement d'ions non ponctuels dans un milieu à été abordé par de nombreux auteurs. En suivant le formalisme de Bethe [9], Kim & Cheng [43] ont calculé le ralentissement dans une cible d'atomes neutres, Crawford [44] a quant à lui calculé l'énergie déposée dans un milieu (qui ne vaut pas la perte d'énergie de l'ion si des processus inélastiques interviennent). Barberán & Echenique [45] ont utilisé le formalisme de la fonctionnelle densité pour rendre compte des effets non-linéaires rencontrés lors du freinage d'ions lents par un jellium. Brandt & Kitagawa [32] ainsi que Arnau & Echenique [46] ont employé le formalisme diélectrique pour étudier la perte d'énergie d'ions partiellement ionisés (n'ayant plus qu'un seul électron dans le cas de [46]) dans un jellium. Enfin, Maynard & Deutsch [47] ont calculé la perte d'énergie d'un ion non-ponctuel sur les électrons liés aux atomes d'une cible.

Ce problème est parfois présenté [32,45] sous la forme de la recherche de la charge effective Z^* d'un ion pénétrant dans un milieu: un ion de noyau Z portant N électrons aura une charge apparente $Q = Z - N$ lors d'une collision lointaine tandis qu'elle sera supérieure pour une collision proche (la limite supérieure de la charge apparente étant Z). Brandt & Kitagawa [32] définissent la quantité

$$\zeta = \frac{Z^*}{Z} = \left(\frac{S_q}{S_{q=1}} \right)^{1/2}, \quad (2.25)$$

avec $q = 1 - N/Z$. S_q et $S_{q=1}$ représentent respectivement le pouvoir d'arrêt pour l'ion portant N électrons et pour l'ion totalement ionisé avec $q = 1$. Les collisions proches conduisent la charge apparente à dépasser $Z - N$ et donc à accroître le pouvoir d'arrêt. Comme $Z - N < Z^* < Z$, on a $q < \zeta < 1$.

Dans cette partie, nous souhaitons mettre en évidence les effets de la non-ponctualité sur le freinage d'ions peu ionisés; la correction relative apportée au freinage est en effet maximale pour un projectile neutre et nulle pour un noyau complètement épluché. Pour décrire la structure électronique de l'ion incident, nous utilisons le modèle Green-Sellin-Zachor (GSZ) [49] déjà mis à contribution par Maynard & Deutsch. Nous suivons le formalisme diélectrique dans l'APA à toute température explicité dans le premier chapitre. Enfin, nous négligeons les collisions inélastiques du projectile avec la cible (voir [43,44] pour leur prise en compte), et à l'instar de la démarche des Réfs. [32,45,46,47], nous choisissons de considérer la structure électronique ionique comme figée.

Les calculs à venir sont comparables à ceux de Brandt & Kitagawa [32], ces auteurs considèrent en effet un modèle (modèle BK) moins précis que GSZ (mais plus simple) pour étudier le ralentissement dans un gaz d'électrons totalement dégénéré. Nous comparons donc, lorsque cela est pertinent, nos résultats avec les leurs.

Les dimensions du noyau atomique étant largement inférieures à la distance critique de comportement ponctuel, nous considérons pour un atome de numéro atomique Z transportant N électrons une distribution de charge de la forme

$$\rho(\vec{r}) = Ze\delta(r) - n_e(\vec{r})e, \quad (2.26)$$

avec

$$\int d^3r n_e(\vec{r}) = N.$$

Comme nous l'avons vu antérieurement, l'expression du freinage d'une distribution de charge se ramène au calcul de $\rho(\vec{k})$ (voir Ch.1, Eq.1.15) et donc à celui de la transformée de Fourier de la distribution. Pour (2.26) il vient

$$\rho(\vec{k}) = Ze - e \int d^3r n_e(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (2.27)$$

$n_e(\vec{r})$ est la densité du nuage électronique autour du noyau (à ne pas confondre avec la densité électronique du gaz notée N_e). Ce terme s'obtient simplement par différents modèles en le considérant comme sphérique. Il semble évident que l'interaction avec le plasma brise cette symétrie, au même titre qu'elle fait varier l'ionisation du projectile. Comme nous l'avons déjà fait remarqué, nous négligeons ici cet effet. Ainsi, $n_e(\vec{r}) = n_e(r)$ et

$$\rho(k) = Ze - 4\pi e \int_0^\infty r^2 n_e(r) \text{sinc}(kr) dr,$$

avec $\text{sinc}x = \sin(x)/x$. On reconnaît ici l'expression du facteur de forme élastique. Celui-ci a été déterminé analytiquement [48] à partir d'une expression de $n_e(r)$ fournie par le modèle GSZ. Ce modèle approche analytiquement le potentiel atomique exact par une somme de trois potentiels de Yukawa contenant des paramètres ajustables. En notant

$$F(k) = 4\pi \int_0^\infty r^2 n_e(r) \text{sinc}(kr) dr, \quad (2.28)$$

Il vient de [48],

$$\rho(k) = Ze - eF(k), \quad (2.29)$$

avec (k en unités atomiques):

$$F(k) = N\eta\xi \left[\frac{A}{k^2 + \xi^2(1+\alpha)^2} + \frac{B}{k^2 + \xi^2(1+\beta)^2} + \frac{C}{k^2 + \xi^2} \right], \quad (2.30)$$

les paramètres A, B, C sont donnés par les équations,

$$DA = \left[\frac{1}{H} - \frac{1}{H^2} - \frac{2H-1-1/H^2}{(1+\beta)^2} \right], \quad DB = \left[\frac{1}{H^2} - \frac{1}{H} + \frac{2H-1-1/H^2}{(1+\alpha)^2} \right],$$

$$C = \frac{1}{H^2}, \quad D = \frac{1}{(1+\alpha)^2} - \frac{1}{(1+\beta)^2}, \quad H = \eta/\xi. \quad (2.31)$$

Les valeurs de ξ, H, α et β sont tabulées dans [49,50]; nous avons, dans le tableau (2.1), reporté leurs valeurs pour les ions étudiés. Comme $F(0) = N$ (voir Eq.2.28), on tire de (2.29)

$$\rho(k) = (Z - N)e + e[F(0) - F(k)],$$

le second terme représentant la correction due à la non-punctualité. Il vient donc

$$\frac{1}{e^2} |\rho(k)|^2 = (Z - N)^2 + [N - F(k)]^2 + 2(Z - N)[N - F(k)]. \quad (2.32)$$

Comme la fonction $F(k)$ est décroissante, la correction entraîne un accroissement du pouvoir d'arrêt. On notera aussi que ce modèle permet de traiter le freinage d'un atome neutre où l'on a alors $N = Z$ et,

$$\frac{1}{e^2} |\rho(k)|^2 = Z^2 [1 - F(k)/Z]^2.$$

Ions	Z	N	H	ξ	α	β
Al ³⁺	13	10	1,21128	3,1465	2,4504	1,009
Al ⁸⁺	13	5	1,19496	4,9702	2,35455	1,0088
Al ¹¹⁺	13	2	0,845845	16,9206	1,6290264	1,0184
Cs ¹⁺	55	54	4,515	1,1547	9,3021	1,72185

Table 2.1: Valeurs des paramètres H, ξ, α, β pour les quatre espèces d'ions étudiées.

On retrouve une "quasi-dépendance" du freinage en fonction du carré du numéro atomique; "quasi-dépendance" en effet car les paramètres dont dépend $F(k)$ sont des fonctions de Z .

Compte tenu de l'expression de $|\rho(k)|^2$ on peut calculer l'effet quantitatif de la non-punctualité sur le freinage. Le nombre d'arrêt s'obtient à partir de l'équation (1.18) du chapitre 1,

$$L = L_p + L_1 + L_2, \quad (2.33)$$

L_p étant le nombre d'arrêt d'une charge ponctuelle ($Z - N$),

$$L_p = \frac{6}{\pi\chi^2}(Z - N)^2 I,$$

avec,

$$I = \int_0^\infty z dz \int_0^{v/v_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right]. \quad (2.34)$$

L_1 et L_2 sont les termes correctifs,

$$L_1 = \frac{6}{\pi\chi^2} N^2 \int_0^\infty z dz \int_0^{v/v_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] [1 - F^0(2k_F z)]^2, \quad (2.35)$$

$$L_2 = \frac{6}{\pi\chi^2} 2N(Z - N) \int_0^\infty z dz \int_0^{v/v_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] [1 - F^0(2k_F z)],$$

avec $F^0(2k_F z) = F(2k_F z)/N$. Dans le but de quantifier l'amplitude de la correction, nous définissons le rapport R de la manière suivante,

$$R = \frac{L_1 + L_2}{L_p} \iff L = L_p(1 + R). \quad (2.36)$$

Ce quotient mesure l'importance relative de la correction non ponctuelle. On peut grossièrement estimer cette quantité en négligeant le facteur de forme élastique $F^0(2k_F z)$ devant 1 dans les deux intégrales correctives donnant L_1 et L_2 . Il vient alors

$$R \approx \frac{1}{q^2} - 1 = \mathcal{R}(q), \quad (2.37)$$

avec $q = 1 - N/Z$. Nous avons calculé la fonction $\mathcal{R}(q)$ pour différents atomes; les résultats reportés dans le tableau (2.2) constituent un ordre de grandeur des

Ions:	Al ³⁺	Al ⁸⁺	Al ¹¹⁺	Cs ¹⁺
q	0,23	0,61	0,84	$1,8 \cdot 10^{-2}$
$\mathcal{R}(q)$	17,7	1,64	0,39	3024

Table 2.2: Valeurs de $q = 1 - N/Z$ et de la fonction $\mathcal{R}(q) = q^{-2} - 1$ pour les quatre espèces d'ions étudiées.

corrections réelles. Dans le même ordre d'idées, les variations relatives du terme correctif pour un noyau fixé portant plus ou moins d'électrons peuvent être estimées à partir des variations de $\mathcal{R}(q)$. La fonction $\mathcal{R}(q)$ tend vers l'infini quand q tend vers 0 (atome neutre) et vaut 0 pour $q = 1$ (atome complètement ionisé). Cette fonction est en fait la borne supérieure de la quantité R définie par (2.36). On peut ainsi affirmer que quels que soient les paramètres du plasma et la vitesse de l'ion;

$$Z > 3N \implies \frac{L_1 + L_2}{L_p} < 1,$$

et

$$Z > 14N \implies \frac{L_1 + L_2}{L_p} < 1/10.$$

Il est intéressant d'exprimer R en fonction des variables q et ζ (voir Eq.2.25) employées dans [32];

$$R = \frac{L_1 + L_2}{L_p} = \frac{(Z^*)^2 - (Z - N)^2}{(Z - N)^2} = \frac{\zeta^2}{q^2} - 1. \quad (2.38)$$

Nous passons maintenant à l'évaluation numérique de R dans divers domaines de vitesse de l'ion. On pourra constater l'accord de ces calculs avec l'ordre de grandeur donné par $\mathcal{R}(q)$.

2.3.3 Correction du freinage à haute vitesse

L'expression approchée du nombre d'arrêt s'obtient directement par l'équation (1.48) du chapitre 1. On a quand $V \gg V_e$,

$$L_p = (Z - N)^2 \ln \left(\frac{V/V_F}{Z_{min}} \right) + O(1/V^4),$$

$$L_1 = N^2 \int_{Z_{min}}^{V/V_F} \frac{[1 - F^0(2k_F z)]^2}{z} dz + O(1/V^4),$$

et

$$L_2 = 2N(Z - N) \int_{Z_{min}}^{V/V_F} \frac{1 - F^0(2k_F z)}{z} dz + O(1/V^4).$$

Cette expression permet déjà d'étudier qualitativement les variations du pouvoir d'arrêt en fonction de la température ou de la vitesse puisque la dépendance vis à vis de ces paramètres n'est visible que dans les bornes d'intégration. On peut

ainsi prévoir une augmentation de la correction non-punctuelle avec la vitesse du projectile, la borne supérieure augmentant tandis que la borne inférieure diminue quand V augmente. De plus l'équation de dispersion (1.25) du premier chapitre indique que Z_{min} croît quand T_e croît. La correction doit donc décroître quand la température augmente. A température constante, une augmentation de densité provoque une baisse de $T_e = T/T_F$ et donc, selon (1.25), une décroissance de Z_{min} entraînant une augmentation de la correction⁵. Enfin nous notons la dépendance en N^2 et $N(Z - N)$ des termes correctifs; la correction est ainsi importante pour un atome lourd faiblement ionisé.

On trouvera sur la figure (2.7) l'évaluation numériques du rapport R défini par l'équation (2.36) pour divers ions. Le cas du Cs^{1+} est pathologique, il semble que le freinage soit 100 fois plus important dès que $N_e = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$; il faut cependant remarquer que l'on ne saurait envisager physiquement un tel cas de figure: le césium dans un gaz à cette température et cette densité (l'énergie cinétique moyenne des électrons quand $T_e = 1$ et $N_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ est de l'ordre du keV) est très rapidement ionisé plus d'une fois. Ce cas extrême montre néanmoins l'importance de la non-punctualité pour un ion lourd presque neutre (la limite supérieure de R est d'ailleurs infinie puisque le terme ponctuel s'annule pour un atome neutre). Le cas de Al^{3+} , plus réaliste aux basses densités en ce qui concerne l'état de charge, indique des corrections de quelques 10%.

Dans ce domaine de vitesse, Brandt & Kitagawa [32] donnent $\zeta^2 \approx (q^2 + 1)/2$, ce qui avec l'équation (2.38) conduit à,

$$R^{BK} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{q^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \mathcal{R}(q).$$

Le facteur 1/2 peut s'obtenir de la manière suivante:

A haute vitesse, l'ion est freiné par les excitations collectives et les collisions proches avec les électrons. L'énergie perdue est répartie équitablement sur ces deux modes (règle d'équipartition de l'énergie, [18,42]); une moitié sur l'un, une moitié sur l'autre. Lorsque l'ion est très rapide, on peut faire l'approximation suivante:

- On considère que l'ion est ponctuel vis-à-vis des excitations collectives, ce qui revient à prendre $F^0(2k_F z) = 1$ dans la portion des intégrales (2.35) correspondant aux excitations collectives.
- On considère que les électrons effectuant une collision proche avec l'ion sont si énergétiques qu'ils ne "voient" que le noyau. Ceci revient à prendre $F^0(2k_F z) = 0$ dans la portion des intégrales (2.35) correspondant aux collisions proches.

On est ainsi amené à prendre dans (2.35),

$$L_1 = \frac{6}{\pi \chi^2} N^2 I_{coll} \quad L_2 = \frac{6}{\pi \chi^2} 2N(Z - N) I_{coll},$$

⁵Ces tendances ne concernent pas l'importance relative R des corrections mais leur amplitude absolue. Les calculs numériques montrent en fait que R croît systématiquement avec l'énergie du plasma.

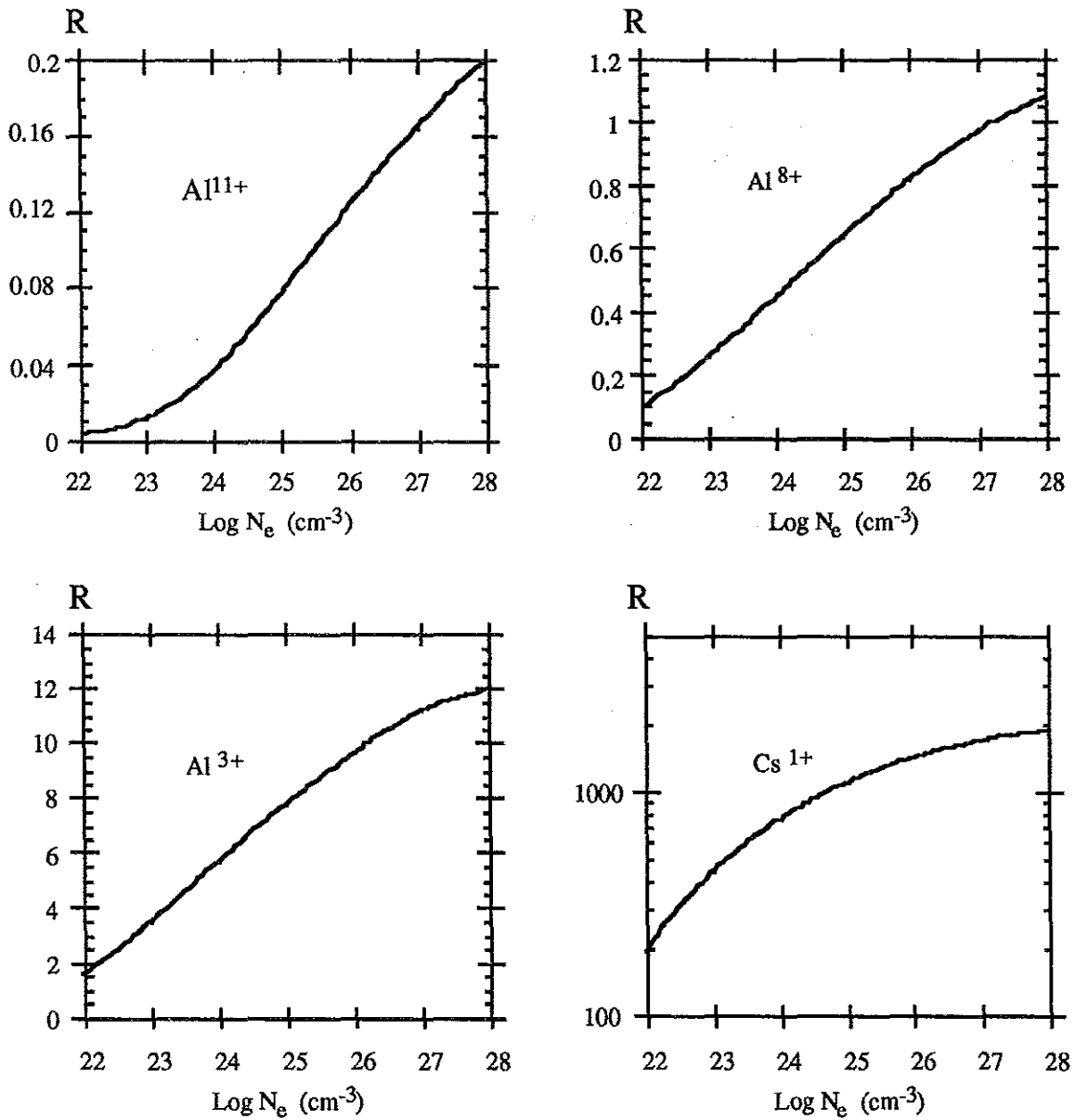


Figure 2.7: Courbes représentatives de R tel que $L = L_p(1 + R)$ pour Al^{11+} , Al^{8+} , Al^{3+} et Cs^{1+} . Dans les quatre figures, le gaz est à la température de Fermi et à différentes densités. L'ion est dans tous les cas animé d'une vitesse égale à cinq fois la vitesse moyenne des électrons du gaz.

Ions:	Al ³⁺	Al ⁸⁺	Al ¹¹⁺	Cs ¹⁺
q	0,23	0,61	0,84	$1,8 \cdot 10^{-2}$
$R^{BK}(q)$	8,8	0,82	0,19	1512

Table 2.3: Valeurs de $q = 1 - N/Z$ et de la fonction R^{BK} calculée selon Brandt & Kitagawa à haute vitesse.

où l'on note I_{coll} la portion de l'intégrale I (voir Eq.2.34) qui correspond aux collisions proches. En appliquant la règle d'équipartition qui donne $I_{coll} \approx I/2$, il vient,

$$R(q) \approx \frac{N^2 I/2 + 2N(Z - N)I/2}{(Z - N)^2 I} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{q^2} - 1 \right).$$

Nous avons reporté dans le tableau (2.3) les valeurs correspondantes pour les ions étudiés. Les courbes de la figure (2.7), tracées à $T = T_F$ et $V = 5V_e$ s'accordent bien avec l'ordre de grandeur R^{BK} (cependant indépendant de N_e) dans ce domaine de vitesse.

2.3.4 Basse vitesse

Lorsque $V \ll V_e$, la détermination du nombre d'arrêt se ramène au calcul de la quantité $C(\chi^2, T_e)$ définie au premier chapitre (Eq.1.52) puisque l'on a écrit,

$$L = \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 C(\chi^2, T_e).$$

On a dans la limite basse vitesse,

$$R = \frac{L_1 + L_2}{L_p} = \frac{C_1(\chi^2, T_e) + C_2(\chi^2, T_e)}{C_p(\chi^2, T_e)}, \quad (2.39)$$

avec,

$$C_p(\chi^2, T_e) = (Z - N)^2 \int_0^\infty \frac{z^3 dz}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 \left(1 + \exp \left[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e \right] \right)},$$

$$C_1(\chi^2, T_e) = N^2 \int_0^\infty \frac{z^3 [1 - F^0(2k_F z)]^2 dz}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 \left(1 + \exp \left[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e \right] \right)},$$

et,

$$C_2(\chi^2, T_e) = 2N(Z - N) \int_0^\infty \frac{z^3 [1 - F^0(2k_F z)] dz}{[z^2 + \mathcal{A}^2]^2 \left(1 + \exp \left[\frac{z^2}{T_e} - \alpha^e \right] \right)}. \quad (2.40)$$

$\mathcal{A}^2 = \chi^2 f_1(0, 0)$ (voir le paragraphe concernant la constante diélectrique).

On trouvera la courbe représentative du rapport R à haute et basse température pour Al³⁺ sur la figure (2.8). Pour les deux graphes, le rapport $R = (L_1 + L_2)/L_p$ est en ordonnées. L'expression approchée de R donnée par l'équation (2.37) est encore valable dans ce domaine de vitesse et constitue toujours un majorant de R .

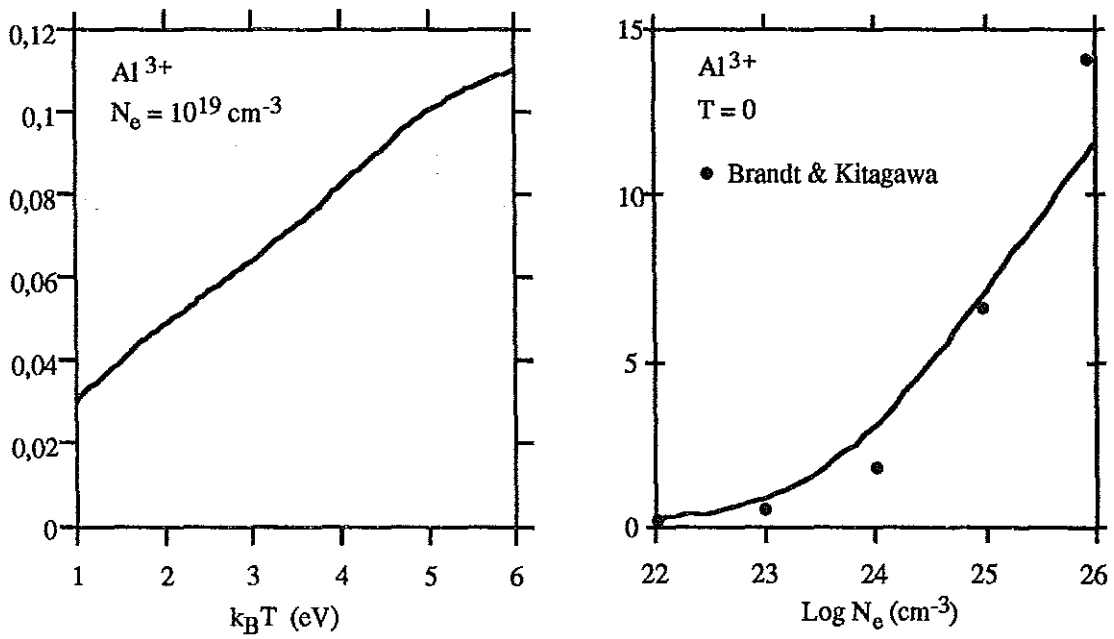


Figure 2.8: Courbes représentatives de R tel que $L = L_p(1 + R)$ pour Al^{3+} à $V \ll V_e$. Sur la figure de gauche, le gaz est classique à la densité $N_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ et l'on en fait varier la température tandis que sur la courbe de droite, le gaz est dégénéré à $T = 0$ et l'on fait varier sa densité. Les valeurs repérées par des ronds noirs ont été calculées selon la méthode de Brandt & Kitagawa.

Brandt & Kitagawa proposent à basse vitesse une expression de $\zeta(q)$ que nous ne reproduirons pas ici. Nous avons effectué le calcul du ralentissement de Al^{3+} dans un jellium en suivant la méthode BK⁶. Les résultats sont indiqués par des ronds noirs sur le graphe de droite de la figure (2.8). Ils sont comparables aux nôtres, les différences provenant du modèle atomique (par exemple, le rayon de l'ion vaut $0,2a_0$ selon BK et $0,3a_0$ selon GSZ) et de la constante diélectrique choisie.

Nous avons mis en évidence une augmentation du pouvoir d'arrêt des électrons libres lorsque l'ion n'est plus considéré comme ponctuel. L'accroissement relatif du freinage est quoi qu'il en soit majoré par une fonction $\mathcal{R}(q)$ ne dépendant que du rapport N/Z de l'ion considéré. Il faut enfin noter que nous avons constaté des augmentations très importantes dans des cas où l'état de charge de l'ion n'est pas réaliste.

La correction est très faible lorsque le plasma est peu énergétique, le projectile étant alors ponctuel. Elle est aussi très faible dans un plasma très énergétique, car l'ion y est alors presque totalement ionisé. C'est dans la transition entre ces deux régimes qu'une étude détaillée est indispensable. Il faut principalement noter qu'un ion cesse de sembler ponctuel dès que le plasma est susceptible de faire varier son état de charge. Une étude plus poussée des phénomènes liés à la non ponctualité doit donc s'accompagner d'une évaluation de l'état de charge du projectile.

⁶Il faut ici remarquer que nous ne pouvons pas utiliser l'expression simplifiée de ζ donnée dans la Réf. [32], Eq.(32). Cette expression suppose en effet $0,38k_F a_0 \ll 1$ tandis que l'APA que nous utilisons implique à température nulle $\chi^2 = (\pi k_F a_0)^{-1} \ll 1$.

2.4 Freinage d'un agrégat à symétrie sphérique

Nous étudions maintenant le freinage d'un agrégat formé de N charges identiques réparties uniformément à la surface d'une sphère de rayon R . Ici encore, nous négligeons la déformation de la structure. Ce type de distribution peut convenir à la molécule C_{60} , ionisée après fragmentation; lors de sa rencontre avec le plasma, les électrons liant les atomes de carbones (électrons π , par exemple) sont arrachés tandis que les carbones sont ionisés. Nous modélisons donc la structure de l'agrégat à l'intérieur du plasma par une collection de N charges identiques (dont la densité est une fonction $n^0(\vec{r})$) animées d'une vitesse V et placées aux points $\vec{R}_1 \dots \vec{R}_N$. Nous écrivons pour l'agrégat (dans son référentiel) une densité de charge de la forme,

$$n(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N n^0(\vec{r} - \vec{R}_i). \quad (2.41)$$

La transformée de Fourier de cette fonction, grandeur intéressante pour le pouvoir d'arrêt, est alors donnée par

$$n(\vec{k}) = n^0(\vec{k})G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N), \quad (2.42)$$

avec,

$$G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N) = \sum_{i=1}^N \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}_i). \quad (2.43)$$

La transformée de Fourier de la distribution totale s'écrit ainsi simplement comme le produit de la transformée de Fourier de l'un de ses constituant par un facteur qui ne dépend que de la géométrie de l'agrégat. Le calcul du pouvoir d'arrêt d'un ion, ponctuel ou pas, étant achevé, l'obtention du pouvoir d'arrêt pour un agrégat d'ions ne repose plus que sur l'évaluation de la quantité $G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N)$. Nous allons maintenant évaluer cette quantité pour une géométrie particulière; nous supposons les ions répartis de façon uniforme sur la surface d'une sphère de rayon R . On a ainsi pour tout i , $\|\vec{R}_i\| = R$. Ce cas de figure est typique du "footballrène" ou C_{60} , molécule dans laquelle $N = 60$ atomes de carbone sont placés de manière uniforme sur une sphère d'une dizaine d'unités atomiques de diamètre (voir figure 2.9). Le calcul approximatif de la fonction G s'effectue simplement en remarquant que si le nombre d'ions à la surface de la sphère devient très important, G ne doit presque plus dépendre de l'orientation de \vec{k} ; considérée comme une fonction de \vec{k} , la fonction G dans la limite N infini n'est plus fonction que de $\|\vec{k}\|$. On caractérise donc la limite de G par le fait que sa valeur ne varie pas quand on la moyenne sur toute les orientations de \vec{k} puisqu'elle n'en dépend pas. Nous écrivons ainsi

$$G(k; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N) \underset{N \rightarrow \infty}{\approx} \int d\Omega_{\vec{k}} G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N). \quad (2.44)$$

Le calcul du membre de droite de cette égalité est très vite fait; il suffit en effet de constater que pour tout i ,

$$\int d\Omega_{\vec{k}} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}_i) = \text{sinc}(kR),$$

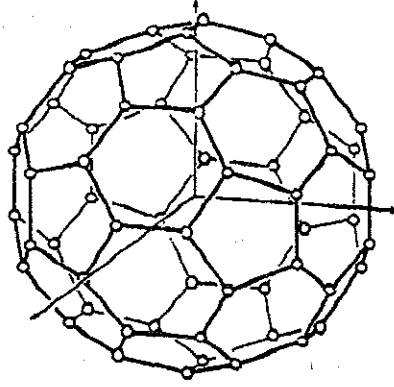


Figure 2.9: Molécule C_{60} , constituée de 60 atomes de carbone répartis sur une sphère de rayon $R \approx 5$ u.a. On l'appelle parfois "footballène" à cause de sa ressemblance avec un ballon de football.

où R est le rayon de la sphère. Il vient donc finalement

$$G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N) \underset{N \rightarrow \infty}{\approx} N \text{sinc}(kR). \quad (2.45)$$

Il est maintenant important de connaître la rapidité de la convergence en fonction de N . Nous avons à cet effet effectué le calcul numérique de la fonction G pour plusieurs valeurs de N afin de comparer l'évolution de la précision de notre expression approchée. On trouvera sur la figure (2.10) les courbes des résultats. Ces courbes confirment le raisonnement tenu jusqu'ici; plus N est grand et plus la fonction G est proche de $N \text{sinc}(kR)$ pour des valeurs élevées de kR . La figure (2.11) représente en fonction de N la valeur $\Delta(N)$ de kR au-delà de laquelle l'expression approchée de la fonction G n'est plus fiable. La courbe de $\Delta(N)$ en fonction de N peut être interpolée par une droite d'équation,

$$\Delta(N) = 6,5 + 5 \cdot 10^{-2} N.$$

L'expression (2.45) de la fonction G peut donc être employée pour $kR < \Delta(N)$. Nous allons voir que ceci implique des limitations sur le calcul du pouvoir d'arrêt.

Nous avons constaté dans le premier chapitre que dans la formule du pouvoir d'arrêt, la fonction perte $\text{Im}[1/\epsilon(k, \omega)]$ s'annule rapidement dès que k est supérieur à k_{max} avec

$$k_{max} = 2k_F [A_0(T_e) + V/V_F],$$

où $A_0(T_e) = V_e/V_F$ (voir Ch.1, Eq.1.24). L'expression approchée de la fonction G peut donc être employée pour le calcul du pouvoir d'arrêt si

$$k_{max} R < \Delta(N) \iff R < \Delta(N) R_c, \quad (2.46)$$

R_c étant la distance critique de coagulation définie au chapitre 1 (Eq.1.35). La taille R de l'agrégat étant le plus souvent une donnée du problème, cette inégalité pose en fait des limites à la vitesse de l'agrégat ainsi qu'aux paramètres du plasma et nous devons avoir,

$$R_c > \frac{R}{\Delta(N)}. \quad (2.47)$$

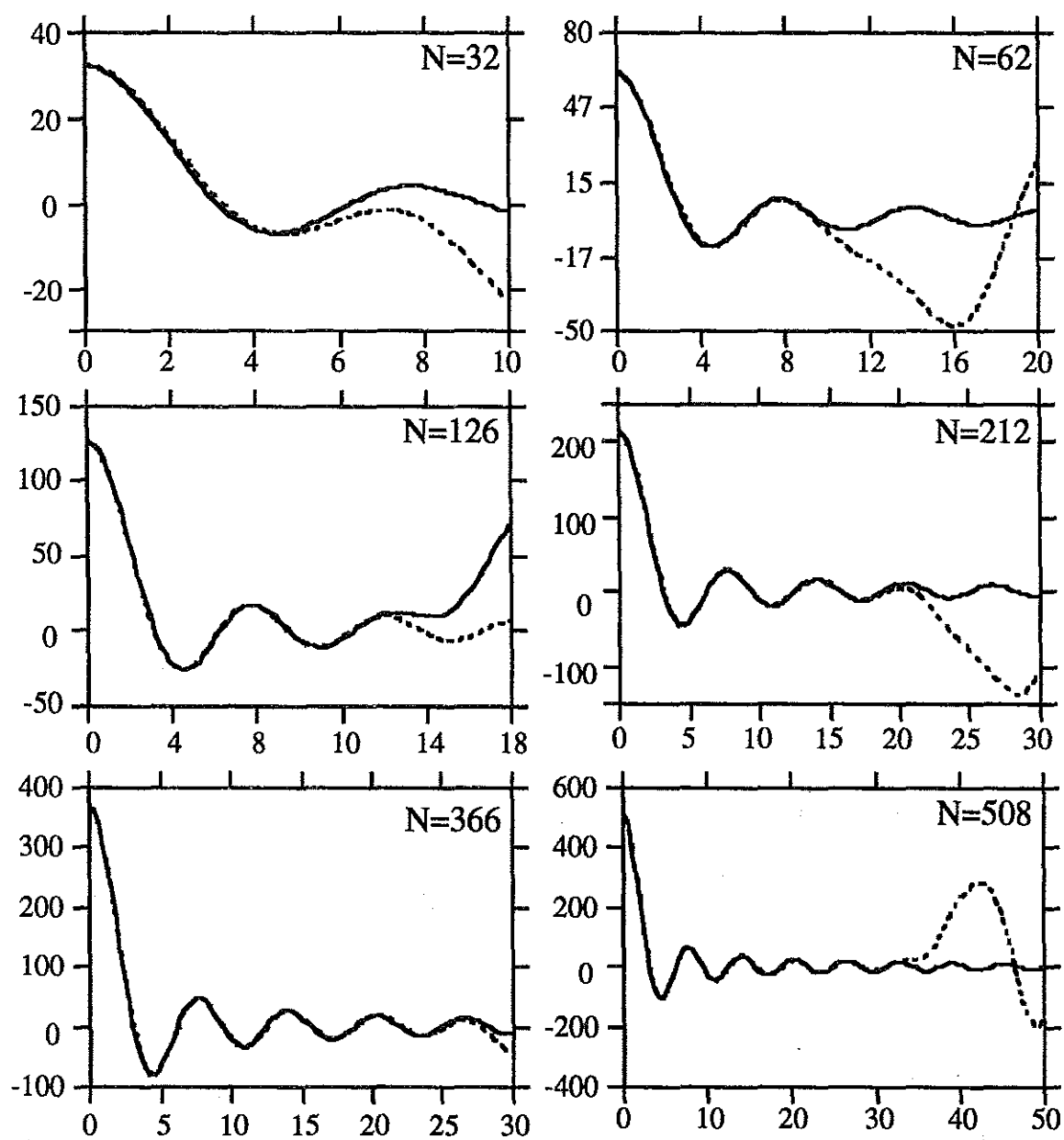


Figure 2.10: Courbes représentatives de la fonction G (traits pleins) et de son expression approchée aux grands N (pointillés) pour différentes valeurs de N en fonction de kR . On observe que plus N est grand, plus l'expression approchée est précise pour les grandes valeurs de kR .

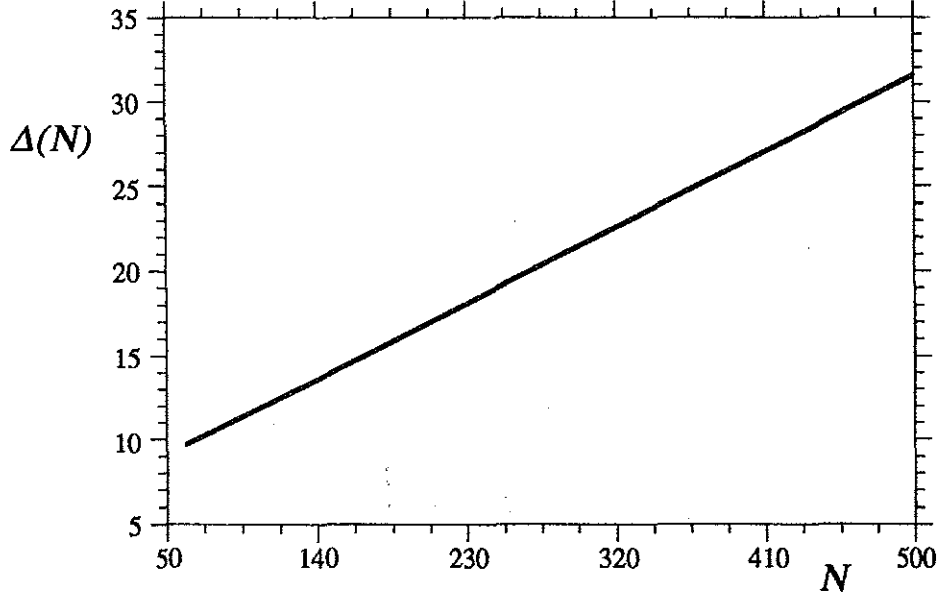


Figure 2.11: Courbe représentative de $\Delta(N)$, valeur de kR au delà de laquelle l'expression approchée de la fonction G cesse d'être valable. Le nombre N d'ions portés par la sphère est en abscisse.

Pour le C_{60} par exemple, on a $2R \approx 6,5$ u.a. Avec $N = 60$, on obtient $\Delta(N) = 9,5$. Notre expression approchée de la fonction G sera donc valable si $R_c > 0,34$ u.a. L'étude de R_c nous indique alors les domaines suivant de validité:

- lorsque la vitesse V de l'agrégat est faible devant la vitesse moyenne V_e des électrons du plasma, $R_c > 0,34$ u.a. équivaut à $V_e < 1,46$ u.a. Cette condition est réalisée dans un gaz classique d'énergie thermique $k_B T < 29$ eV. Dans un gaz dégénéré satisfaisant l'hypothèse de couplage faible, la vitesse de Fermi est toujours supérieure à 1 u.a.; le calcul du freinage du C_{60} doit dans ce cas être mené à travers une évaluation numérique du facteur de forme G .
- Lorsque la vitesse V de l'agrégat est grande devant la vitesse moyenne électronique, $R_c > 0,34$ u.a. équivaut à $V < 1,46$ u.a.

Finalement, le calcul du freinage du C_{60} par la méthode que nous venons d'exposer ne peut se faire que dans un gaz classique d'énergie thermique inférieure à 29 eV et si la vitesse de la molécule est inférieure à 1,46 u.a.

Sous la condition (2.47), nous pouvons écrire pour le nombre d'arrêt d'un agrégat de N charges réparties uniformément à la surface d'une sphère de rayon R ,

$$L = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} u du \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] n^2(2k_F z), \quad (2.48)$$

avec

$$n(2k_F z) = n^0(2k_F z) N \operatorname{sinc}(2k_F R z),$$

n^0 étant la transformée de Fourier de l'un des constituants de l'agrégat (supposés tous identiques). Nous allons maintenant expliciter ce calcul.

Ayant donc à considérer le freinage d'un agrégat constitué éventuellement de charges étendues, le calcul peut se simplifier notablement lorsque certaines parties du cluster peuvent être considérées comme ponctuelles. Nous aurons trois cas de figure à considérer,

- **1)** Le cluster peut tout d'abord sembler ponctuel vis-à-vis du plasma. La distance de coagulation R_c doit pour cela être supérieure au diamètre $2R$ de l'agrégat. Dans le cas du C_{60} , $2R \approx 6,5$ u.a et ce cas de figure est réalisé si le gaz est classique à une température inférieure à environ 900 K tandis que la vitesse de la molécule C_{60} est inférieure à $1/13$ d'unités atomiques. On prendra alors $G(\vec{k}; \vec{R}_1, \dots, \vec{R}_N) = NZ$ pour se retrouver dans le cas traité par Maynard [3].
- **2)** Les constituants de l'agrégat peuvent sembler ponctuels sans pour autant que l'agrégat le soit dans son ensemble. En assimilant grossièrement leur taille à une unité atomique, ceci se produit pour une distance de coagulation R_c supérieure à 1 u.a. C'est dans ce cas de figure que l'approximation mise en place précédemment va se montrer efficace; les atomes de carbone constituant la molécule sont en effet quasiment ponctuels, la molécule dans son ensemble ne l'est pas mais nous pouvons utiliser l'expression approchée de la fonction G pour calculer le nombre d'arrêt puisque $R_c > R/\Delta(N)$ (voir Eq.2.47).
- **3)** Enfin, lorsque le plasma est trop énergétique, les ions constituant l'agrégat ne peuvent plus être considérés comme ponctuels et l'expression approchée du facteur de forme G n'est plus assez précise; le calcul numérique s'impose.

Le traitement du cas **3** demandant un travail numérique assez lourd, nous nous sommes limité dans les calculs au traitement du freinage du C_{60} dans le cas **2** et dans la limite haute vitesse. Nous reprenons donc l'équation (2.48) dans laquelle nous posons $n^0(2k_F z) = Z$, Z étant donc la charge portée par chaque carbone. Le formalisme mis au point dans le premier chapitre s'applique alors et il vient ($V \gg V_e$),

$$L = N^2 \int_{Z_{min}}^{V/V_F} \frac{dk}{k} \text{sinc}^2(kR). \quad (2.49)$$

L'expression de Z_{min} est donnée par l'équation (1.31).

En notant $L_p = \int_{Z_{min}}^{V/V_F} dk/k$ et $L_c = L/N^2$, nous avons tracé sur la figure (2.12) la courbe représentative du rapport L_c/L_p pour diverses densités et températures. Ce rapport est proche de 1 dans les plasmas de faible densité, indiquant que le C_{60} peut y être considérée comme ponctuelle. Lorsque la température s'élève, la distance de comportement ponctuel R_c passe en dessous de la taille du C_{60} .

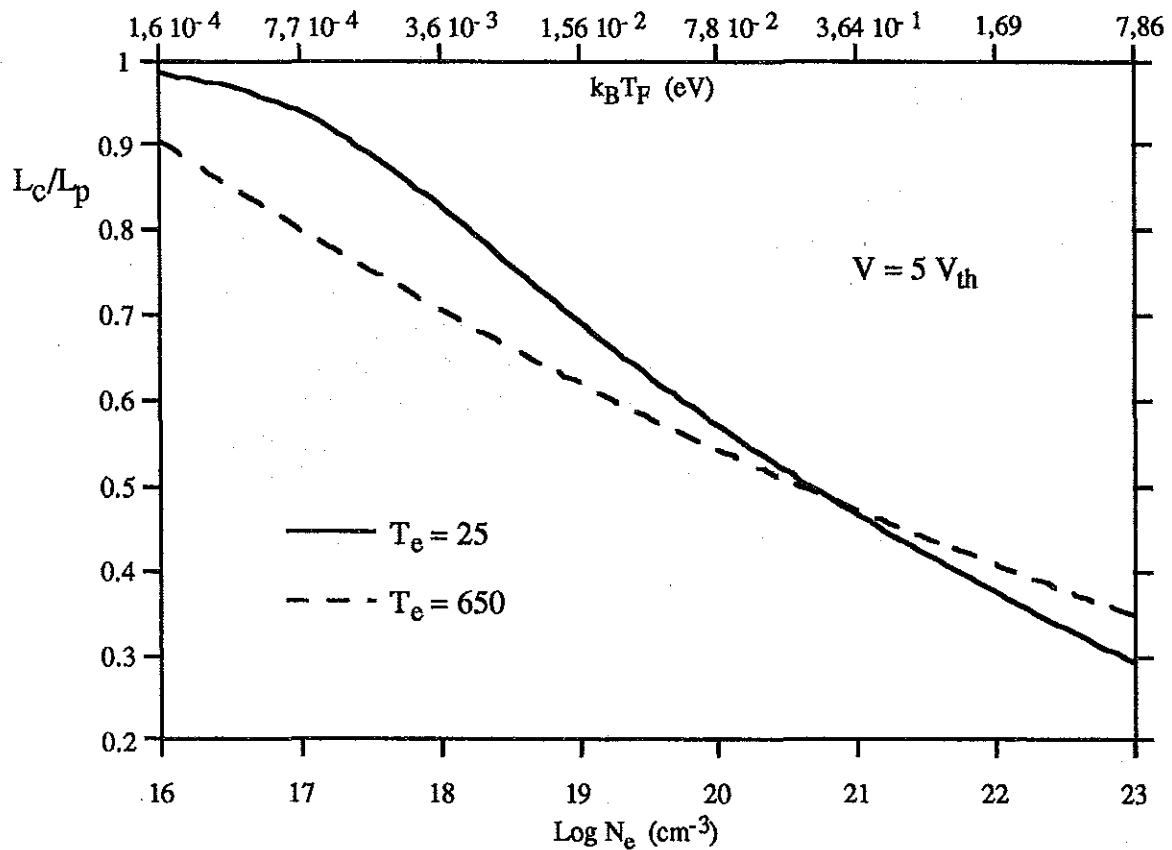


Figure 2.12: Courbe représentative du rapport L_c/L_p pour diverses densités. Chaque courbe est tracée à $T_e = T/T_F$ constant. La valeur de T_F en eV figure sur l'échelle supérieure. L'expression utilisée pour effectuer les calculs est valable pour $k_B T < 29$ eV.

2.5 Freinage d'une chaîne de charges polarisée selon sa vitesse

Il est possible d'accéder expérimentalement à la mesure du ralentissements d'un di-cluster dont l'axe principal est aligné selon la vitesse [20,21,22] (la précision de l'alignement est de $\pm 0,15$ mrad en [21]). D'Avanzo *et al.* [51] ont montré que deux ions se déplaçant dans un plasma ont tendance à s'aligner l'un derrière l'autre. Nous allons dans cette section étendre le calcul de pouvoir d'arrêt d'un di-cluster aligné [35,22] à celui d'une chaîne de N ions. Nous considérons donc le système de charges représenté sur la figure (2.13); N charges $Z_1 \dots Z_N$ espacées d'une distance d et animées de la même vitesse \vec{V} colinéaire à la chaîne.

2.5.1 Calcul du pouvoir d'arrêt

La perte d'énergie de ce système est formellement donnée par (voir Eq.1.15),

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{2\pi^2 V} \int d^3 k \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{k^2} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] |n(\vec{k})|^2, \quad (2.50)$$

$n(\vec{k})$ étant la transformée de Fourier de la densité de charge. Dans le cas étudié ici, cette quantité peut se calculer exactement lorsque les N charges ont une valeur particulière. Ecrivons ainsi

$$n(\vec{r}) = \sum_{j=1}^N Z_j \delta(\vec{r} - j\vec{d}), \quad (2.51)$$

\vec{d} étant le vecteur séparant deux charges consécutives. On obtient alors

$$n(\vec{k}) = \sum_{j=1}^N Z_j \exp[i\vec{k} \cdot j\vec{d}] = \sum_{j=0}^N Z_j \exp[ikj d \cos \theta], \quad (2.52)$$

θ désignant l'angle entre \vec{k} et \vec{d} . La disposition des charges fait que cet angle est aussi celui entre \vec{k} et \vec{V} . Nous considérons maintenant des charges Z_j de la forme

$$Z_j = Z_1 \alpha^j. \quad (2.53)$$

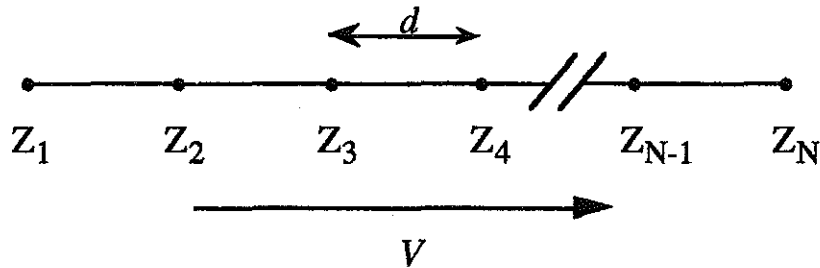


Figure 2.13: chaîne de N ions distants de d et pénétrant le plasma avec une vitesse \vec{V} parallèle à son axe.

Ainsi, pour $\alpha = 1$ tous les ions ont la même charge tandis que la chaîne serait alternée pour $\alpha = -1$. Sous cette hypothèse, nous pouvons écrire

$$n(\vec{k}) = Z_1 \sum_{j=1}^N [\alpha \exp(ikd \cos \theta)]^j, \quad (2.54)$$

et l'on reconnaît alors la somme d'une série géométrique. On obtient ensuite aisément,

$$|n(\vec{k})|^2 = Z_1^2 \frac{\alpha^{2N} + 1 - 2\alpha^N \cos[Nkd \cos \theta]}{\alpha^2 + 1 - 2\alpha \cos[kd \cos \theta]}. \quad (2.55)$$

Si d'autre part on exprime cette quantité sans réduire la somme de la série géométrique, on démontre la relation algébrique suivante:

$$Z_1^2 \frac{\alpha^{2N} + 1 - 2\alpha^N \cos[Nkd \cos \theta]}{\alpha^2 + 1 - 2\alpha \cos[kd \cos \theta]} = \sum_{j=1}^N Z_j^2 + \sum_{i \neq j} Z_i Z_j \cos[(i-j)kd \cos \theta], \quad (2.56)$$

qui n'est donc valable que lorsque $Z_j = Z_1 \alpha^j$. Le membre de droite de cette égalité est intéressant d'un point de vue qualitatif; on y distingue en effet clairement la partie donnant la somme des freinages des charges isolées de la partie correspondant à toutes les corrélations. Le membre de gauche sera utilisé lorsque nous passerons au calcul effectif du pouvoir d'arrêt. Il apparaît ainsi que notre formalisme mène à une expression compacte de la quantité permettant le calcul du pouvoir d'arrêt si nous renonçons à séparer la partie ponctuelle de la partie corrélée.

Le calcul effectif du pouvoir d'arrêt s'effectue maintenant en utilisant le fait que l'angle entre \vec{k} et \vec{d} est aussi l'angle entre \vec{k} et \vec{V} . On parvient dans un premier temps à la formule suivante,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{V} \int_0^\infty dk \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \frac{k^2 \sin \theta}{k^2} kV \cos \theta \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, kV \cos \theta)} \right] |n(\vec{k})|^2, \quad (2.57)$$

où $|n(\vec{k})|^2$ est une fonction de $kd \cos \theta$. En posant $\omega = kV \cos \theta$ il vient,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2Z_1^2 e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} \omega d\omega \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] \Phi(\omega/V), \quad (2.58)$$

avec

$$\Phi(x) = \frac{\alpha^{2N} + 1 - 2\alpha^N \cos(Ndx)}{\alpha^2 + 1 - 2\alpha \cos(dx)}.$$

Nous étudierons dorénavant le cas $\alpha = 1$ et nous noterons,

$$\Phi(x) = \frac{1 - \cos(Ndx)}{1 - \cos(dx)} = \left[\frac{\sin(Ndx/2)}{\sin(dx/2)} \right]^2. \quad (2.59)$$

2.5.2 Etude analytique à grande vitesse et température nulle

L'étude analytique est difficile dans le domaine basse vitesse tandis qu'une expression approchée du pouvoir d'arrêt dans la limite haute vitesse peut être obtenue. Nous nous contentons ainsi de déterminer le terme dominant du pouvoir d'arrêt à haute vitesse et à température nulle.

Cas particulier d'une chaîne de deux ions

L'expression asymptotique (1.48) développée au chapitre 1 ne peut être employée ici puisque la charge considérée n'est pas à symétrie sphérique. On utilise donc une approximation "plasmon-pôle" dans l'espace (\vec{k}, ω) [35] de la fonction perte à température nulle qui consiste à écrire,

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] \approx \frac{\pi \omega_p^2}{2\omega} \left[\delta(\omega - \omega_p) Y(k - k_c) + \delta \left(\omega - \frac{\hbar k^2}{2m_e} \right) Y(k_c - k) \right], \quad (2.60)$$

Y étant la fonction palier de Heaviside. La constante k_c est souvent déterminée par l'égalité $\omega_p = \hbar k_c^2 / 2m_e$. Nous préférons ici prendre pour k_c la plus grande valeur de k de la courbe de résonance. En la supposant donnée par $\omega = \omega_p$, les calculs de Lindhard [15] conduisent à

$$k_c^2 = \frac{4}{3} k_F^2 \chi^2 = \frac{\omega_p^2}{V_F^2},$$

où $\chi^2 = 1/\pi k_F a_0$. Remarquons ici qu'avec cette détermination de k_c , l'approximation choisie est équivalente dans l'espace (\vec{k}, ω) à l'expression (1.30) définie, au premier chapitre, dans l'espace (z, u) .

Nous allons maintenant voir que dans le cas que nous traitons, cette approximation plasmon-pôle doit être remaniée sous peine de mener à des résultats incohérents. Calculons à cette effet le pouvoir d'arrêt d'une chaîne de deux ions de même charge Z . On trouve [35],

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_p + \left(\frac{dE}{dx} \right)_c,$$

avec

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_p = 2 \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{V^2} \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar \omega_p} \right), \quad (2.61)$$

et

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_c = 2 \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{V^2} \left[\frac{1}{2} \cos \left(\frac{\omega_p d}{V} \right) \ln \left(\frac{k_c V}{\omega_p} \right) + \frac{1}{2} \int_{k_c}^{2m_e V / \hbar} \frac{dk}{k} \cos \left(\frac{\hbar k^2 d}{2m_e V} \right) \right], \quad (2.62)$$

Le terme $(dE/dx)_p$ représente donc la contribution ponctuelle du freinage tandis que $(dE/dx)_c$ représente les corrélations. Lorsque la distance d entre les deux ions tend vers zéro on retrouve bien le freinage d'un projectile ponctuel de charge $2Z$. En revanche, lorsque cette distance croît de plus en plus, le terme de corrélations *ne tend pas vers zéro*. Il suffit de regarder l'expression de $(dE/dx)_c$ pour se rendre compte que si la partie corrélée correspondant aux collisions proches tend vers zéro quand d devient grand, la partie correspondant aux excitations collectives comporte des oscillations en $\cos(\omega_p d/V)$ qui *ne sont pas amorties*⁷ (Cf Fig.2.14).

Ainsi, l'emploi de l'approximation plasmon-pôle pour les excitations collectives mène au résultat physiquement absurde que l'action d'un ion sur l'autre ne décroît

⁷L'équation (2.62) n'est pas identique au résultat de Basbas & Ritchie à cause du choix différent que nous avons fait pour la quantité k_c . Cependant, l'absence d'amortissement de la perte d'énergie par les excitations collectives demeure quel que soit k_c .

pas avec la distance s'ils sont exactement l'un derrière l'autre. L'origine de cette erreur provient donc de ce que l'approximation plasmon-pôle considère la résonance comme un pic de Dirac à la fréquence $\omega = \omega_p$. Lindhard a montré qu'à température nulle, la fonction perte à la résonance est effectivement un pic de Dirac, en revanche, ce pic n'est pas situé exactement à $\omega = \omega_p$; on montre en effet que la fréquence de résonance à température nulle dépend faiblement de k avec [15],

$$\omega_p(k) = \omega_p + \frac{3}{10} \frac{V_F^2}{\omega_p} k^2 + \dots \quad (2.63)$$

Nous devons donc remplacer l'approximation (2.60) par une autre plus précise pour la résonance,

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] \approx \frac{\pi \omega_p^2}{2\omega} \left[\delta[\omega - \omega_p(k)] Y(k - k'_c) + \delta \left(\omega - \frac{\hbar k^2}{2m_e} \right) Y(k'_c - k) \right], \quad (2.64)$$

$\omega_p(k)$ étant donné par l'équation (2.63). k'_c correspond maintenant à la plus grande valeur de k de la courbe de résonance définie par l'équation (2.63), il vient [15],

$$k'_c{}^2 = \frac{5}{2} \frac{\omega_p^2}{V_F^2}. \quad (2.65)$$

Le changement de la fonction perte entraîne une modification partielle de l'expression du pouvoir d'arrêt. On effectue dans l'équation (2.62) la substitution suivante;

$$\frac{1}{2} \cos \left(\frac{\omega_p d}{V} \right) \ln \left(\frac{k_c V}{\omega_p} \right) \iff \int_{\omega_p/V}^{k'_c} \frac{dk}{k} \cos \left[\frac{d}{V} \left(\omega_p + \frac{3}{10} \frac{V_F^2}{\omega_p} k^2 \right) \right],$$

et on parvient, après calcul, à écrire

$$\int_{\omega_p/V}^{k'_c} \frac{dk}{k} \cos \left[\frac{d}{V} \left(\omega_p + \frac{3}{10} \frac{V_F^2}{\omega_p} k^2 \right) \right] = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\omega_p d}{V} \right) \left[C_i \left(\frac{d}{d_1} \right) - C_i \left(\frac{d}{d_2} \right) \right] - \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\omega_p d}{V} \right) \left[S_i \left(\frac{d}{d_1} \right) - S_i \left(\frac{d}{d_2} \right) \right], \quad (2.66)$$

avec $C_i(x) = -\int_x^\infty \cos u du/u$, $S_i(x) = -\int_x^\infty \sin u du/u$, et

$$d_1 = \frac{4}{3} \frac{V}{\omega_p}, \quad d_2 = \frac{10}{3} \left(\frac{V}{V_F} \right)^2 \frac{V}{\omega_p}. \quad (2.67)$$

Les propriétés analytiques des fonctions $C_i(x)$ et $S_i(x)$ font que les deux ions sont coagulés vis-à-vis des excitations collectives si $d \ll d_1$, résultat que l'approximation plasmon-pôle non modifiée donne déjà. On voit en revanche apparaître une distance de décorrélation d_2 bien supérieure à d_1 . Pour récapituler, nous avons maintenant pour le pouvoir d'arrêt,

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_p + \left(\frac{dE}{dx} \right)_c,$$

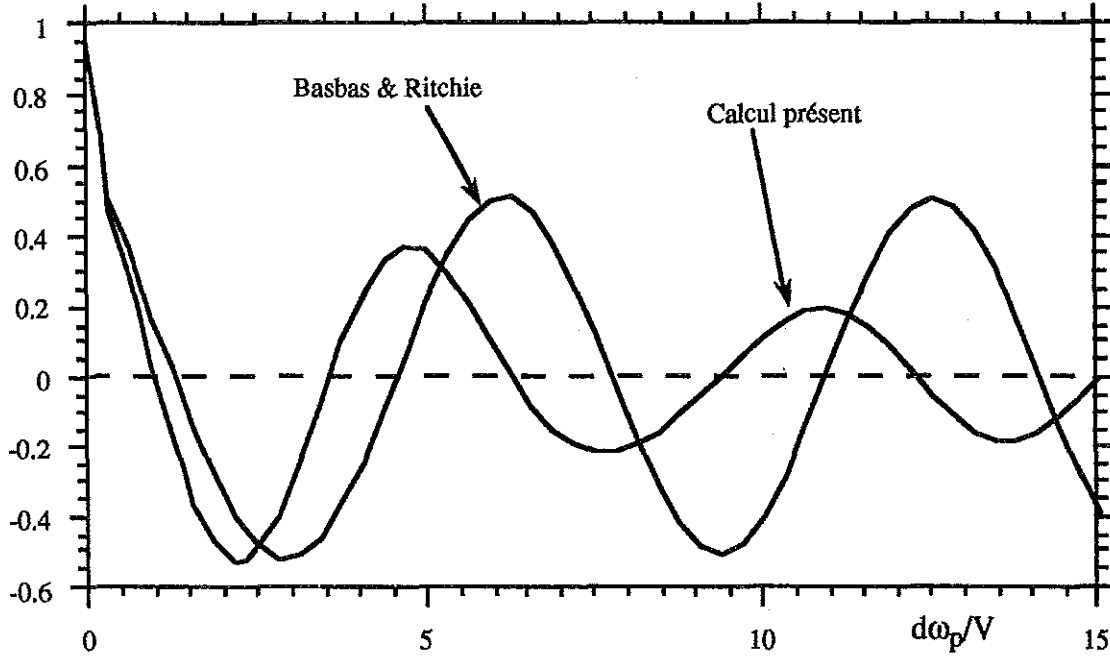


Figure 2.14: Courbes représentatives du rapport $(dE/dx)_c/(dE/dx)_p$ en fonction de la distance réduite $d\omega_p/V$, selon le présent calcul et celui de Basbas & Ritchie; pour le plasma $\hbar\omega_p = 15$ eV, et pour le di-cluster, $V = 3$ u.a.

avec toujours

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_p = 2 \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{V^2} \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar\omega_p} \right), \quad (2.68)$$

et

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = 2 \frac{Z^2 e^2 \omega_p^2}{V^2} \left\{ \frac{1}{2} \int_{\omega_p/V}^{k'_c} \frac{dk}{k} \cos \left[\frac{d}{V} \left(\omega_p + \frac{3}{10} \frac{V_F^2}{\omega_p} k^2 \right) \right] + \frac{1}{2} \int_{k'_c}^{2m_e V/\hbar} \frac{dk}{k} \cos \left(\frac{\hbar k^2 d}{2m_e V} \right) \right\}. \quad (2.69)$$

On trouvera sur la figure (2.14) une comparaison des calculs du rapport $(\frac{dE}{dx})_c / (\frac{dE}{dx})_p$ selon Basbas & Ritchie et selon la formule ci-dessus. On a $\hbar\omega_p = 15$ eV et $V = 3$ u.a. On observe pour le calcul présent un amortissement assez lent des oscillations, absent chez Basbas & Ritchie.

Notons enfin que l'on peut obtenir un amortissement par un autre moyen: il suffit pour cela de considérer des ions étendus, comme l'on fait Steuer & Ritchie [22]. Il nous semble cependant physiquement plus satisfaisant de chercher l'origine de l'amortissement dans le plasma lui-même plutôt que dans la structure interne des ions de la chaîne.

Chaîne de N ions, étude qualitative

Nous allons maintenant généraliser le calcul à une chaîne de N ions. Nous écrirons pour N ions les uns à la suite des autres,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{Z_1^2 \omega_p^2}{V^2} (L_{plas} + L_{coll}), \quad (2.70)$$

L_{plas} et L_{coll} représentant les nombres d'arrêt pour les plasmons et les collisions. Pour étudier le comportement des corrélations dans la chaîne, il est utile d'utiliser la relation (2.56) qui montre que

$$\Phi(x) = N + \sum_{i \neq j} \cos[(i-j)dx]. \quad (2.71)$$

On peut alors écrire,

$$L_{coll} = N \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar \omega_p} \right) + \sum_{i \neq j} \int_{k_c}^{2m_e V / \hbar} \frac{dk}{k} \cos \left((i-j) \frac{\hbar k^2 d}{2m_e V} \right),$$

et

$$L_{plas} = N \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar \omega_p} \right) + \sum_{i \neq j} \int_{\omega_p/V}^{k_c} \frac{dk}{k} \cos \left((i-j) \frac{\omega_p(k)d}{V} \right). \quad (2.72)$$

On reconnaît dans ces deux expressions la partie du freinage correspondant aux charges isolées et une partie tenant compte de toutes les corrélations. Les intégrales mises en jeu dans cette partie seront toutes presque nulles si celle dont l'intégrand oscille le moins vite l'est. La partie corrélée de L_{plas} s'annule donc lorsque deux ions consécutifs sont décorrélés, c'est-à-dire lorsque

$$d \gg \frac{10}{3} \left(\frac{V}{V_F} \right)^2 \frac{V}{\omega_p} = d_2,$$

tandis que la partie corrélée de L_{coll} est presque nulle si,

$$\frac{\hbar k_c'^2 d}{2m_e V} \gg 1 \iff d \gg \frac{8 E_F V}{5 \hbar \omega_p \omega_p} = d_3.$$

Avec $E_F / \hbar \omega_p = 1,34 \sqrt{a_0 N_e^{1/3}}$, a_0 étant le rayon de Bohr. Ce quotient est supérieur à 1 dans les gaz faiblement couplés à $T = 0$, l'énergie cinétique E_F d'un électron y étant plus grande que l'énergie $\hbar \omega_p$ d'un plasmon. Nous avons récapitulé ces résultats qualitatifs dans le tableau (2.4). Ajoutons que toute la chaîne est comme ponctuelle si elle l'est pour les collisions proches tandis que tous ses constituants sont décorrélés s'ils le sont pour les excitations collectives.

Enfin, les études précédentes montrent que la chaîne semble ponctuelle si $Nd \ll V/\omega_p$ pour les excitations collectives, et si $Nd \ll \hbar/2m_e V$ pour les collisions proches.

collisions:	proches	collectives
punctualité	$Nd \ll \frac{\hbar}{2m_e V}$	$Nd \ll \frac{V}{\omega_p}$
décorrélation	$d \gg \frac{8 E_F V}{5 \hbar \omega_p \omega_p}$	$d \gg \frac{10}{3} \left(\frac{V}{V_F}\right)^2 \frac{V}{\omega_p}$

Table 2.4: Conditions déterminant le caractère ponctuel ou décorréolé d'une chaîne de N ions tous distants de d , pour les deux types d'excitations suscitées dans le plasma. Les inégalités soulignées indiquent les conditions que doit vérifier toute la chaîne pour être ponctuelle ou sans corrélations.

Chaîne de N ions; étude quantitative

Les nombres d'arrêt L_{coll} et L_{plas} sont calculés en utilisant l'approximation plasmon-pôle modifiée définie par l'équation (2.64). Il vient alors,

$$L_{plas} = \int_{\omega_p/V}^{k'_c} \frac{dk}{k} \Phi \left(\frac{\omega_p(k)}{V} \right),$$

et

$$L_{coll} = \int_{k'_c}^{2m_e V/\hbar} \frac{dk}{k} \Phi \left(\frac{\hbar k^2}{2m_e V} \right) = \frac{1}{2} \int_{d/d_3}^{d/R_c} \frac{du}{u} \Phi \left(\frac{u}{d} \right). \quad (2.73)$$

Φ , $\omega_p(k)$ et k'_c étant respectivement données par les équations (2.59), (2.63) et (2.65). On a toujours $R_c = \hbar/2m_e V$ (voir Eq.1.35).

Les deux expressions ci-dessus font clairement apparaître la structure du pouvoir d'arrêt; avec une chaîne ponctuelle ($d=0$), on a $\Phi(x) = N^2$; on retrouve bien le terme dominant du freinage d'une charge ponctuelle, réparti de manière égale entre la perte d'énergie par excitations de plasmons et de paires électron-trous.

Ces deux quadratures sont difficiles à étudier analytiquement. On peut néanmoins préciser la monotonie "globale" de L_{coll} en fonction de N . Il nous faut pour cela définir deux entiers naturels,

- nous définissons q_1 comme le plus petit entier q tel que $d/d_3 < q\pi$,
- nous définissons ensuite q_2 comme le plus grand entier q tel que $q\pi < d/R_c$.

On peut alors écrire⁸,

$$L_{coll} = \frac{1}{2} \int_{d/d_3}^{d/R_c} \frac{du}{u} \Phi \left(\frac{u}{d} \right) > \frac{1}{2} \frac{R_c}{d} \int_{d/d_3}^{d/R_c} \Phi \left(\frac{u}{d} \right) du > \frac{1}{2} \frac{R_c}{d} \int_{q_1\pi}^{q_2\pi} \Phi \left(\frac{u}{d} \right) du.$$

A l'aide de la relation (2.71), on calcule

$$\int_{q_1\pi}^{q_2\pi} \Phi \left(\frac{u}{d} \right) du = N(q_2 - q_1)\pi.$$

⁸Les deux entiers q_1 et q_2 sont distincts et on a bien $q_1 < q_2$ car dans le cadre de notre étude, $R_c \ll d_3$.

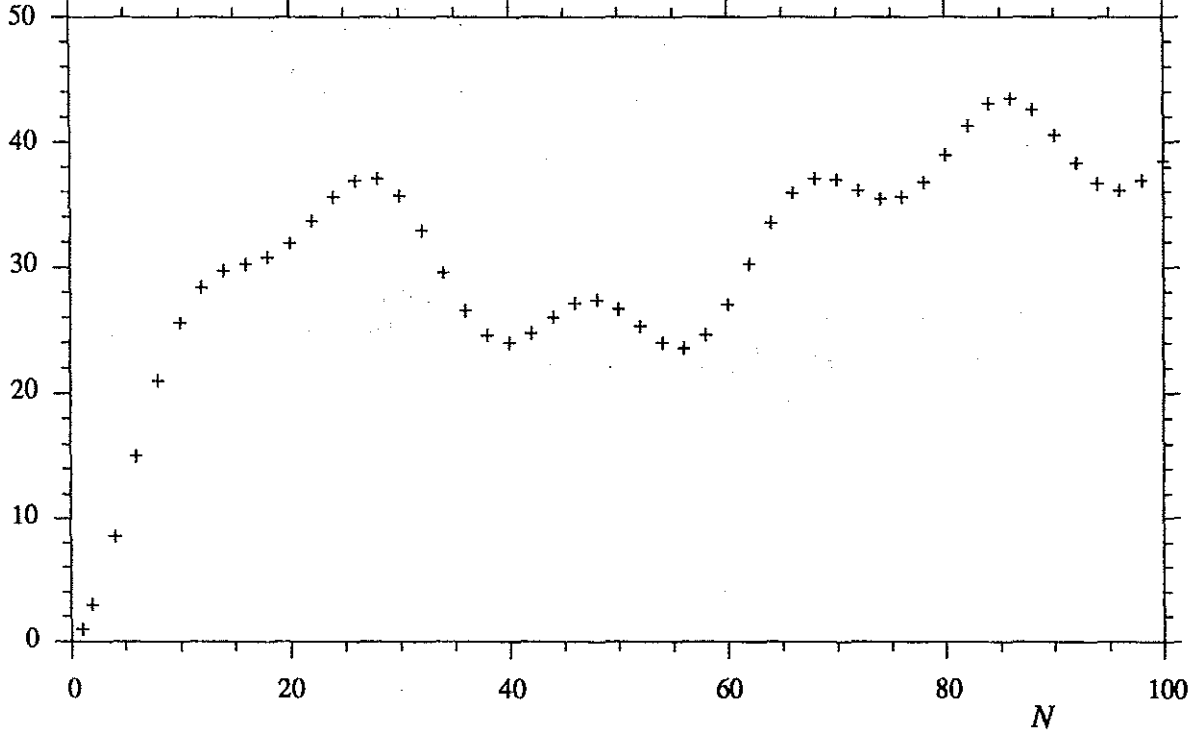


Figure 2.15: Rapport (freinage de toute la chaîne/freinage d'un ion) en fonction du nombre N d'ions. On a pris $E_F/\hbar\omega_p = 2,1$ (c.a.d $N_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$), $d/(V/\omega_p) = 0,33$ et $d/R_c = 10$.

Nous avons ainsi une minoration de L_{coll} . En utilisant la même méthode, nous pouvons déterminer un majorant de L_{coll}

$$L_{coll} < \frac{1}{2} \frac{d_3}{d} \int_{d/d_3}^{d/R_c} \Phi\left(\frac{u}{d}\right) du < \frac{1}{2} \frac{d_3}{d} \int_{(q_1-1)\pi}^{(q_2+1)\pi} \Phi\left(\frac{u}{d}\right) du = \frac{1}{2} \frac{d_3}{d} N(q_2 - q_1 + 2)\pi.$$

Il vient donc,

$$N \frac{\pi}{2} \frac{R_c}{d} (q_2 - q_1) \pi < L_{coll} < N \frac{\pi}{2} \frac{d_3}{d} (q_2 - q_1 + 2). \quad (2.74)$$

L_{coll} se trouve donc encadré entre deux fonctions linéaires de N et croît donc "grossièrement" de façon linéaire avec le nombre d'ions dans la chaîne. Comme L_{plas} est une quantité positive, le nombre d'arrêt total tend vers l'infini quand le nombre des charges augmente. On trouvera sur la figure (2.15) la courbe représentative du rapport (freinage de toute la chaîne/freinage d'un ion) en fonction du nombre N d'ions. On constate des oscillations importantes qui font, par exemple, qu'une chaîne de 30 ions est plus freinée qu'une chaîne de 40. On a pris $E_F/\hbar\omega_p = 2,1$ (c.a.d $N_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$), $d/(V/\omega_p) = 0,33$ et $d/R_c = 10$.

Chapitre 3

Dispersion en énergie

Nous avons jusqu'ici étudié le pouvoir d'arrêt par le formalisme diélectrique; l'agrégat est freiné par le champ qu'il produit en pénétrant dans le plasma. Il existe une autre approche du problème qui permet de calculer le pouvoir d'arrêt du plasma, c'est l'approche probabiliste ou quantique [15,28]. La démarche suivie consiste alors à calculer selon le formalisme de la mécanique quantique la probabilité P pour que le projectile perde (ou gagne) en un temps dt une énergie $\hbar\omega$. L'allure typique de P est représentée sur la figure 3.1.

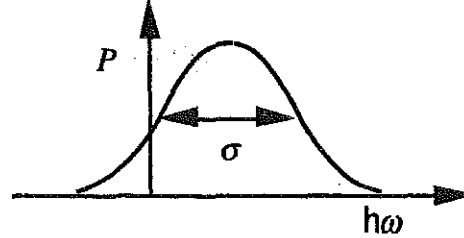


Figure 3.1: Allure typique de la probabilité P pour qu'une charge perde une énergie $\hbar\omega$. Le pouvoir d'arrêt est la valeur moyenne de P tandis que la variance σ représente le straggling. P peut ne pas être nulle pour $\hbar\omega < 0$ quand $T \neq 0$.

Le pouvoir d'arrêt s'obtient ensuite en calculant l'énergie moyenne perdue pendant l'intervalle de temps considéré, le formalisme quantique conduit au même résultat que la théorie classique. L'apport nouveau de cette approche consiste en ce que la perte d'énergie apparaît maintenant comme la moyenne d'une distribution statistique. Il existe ainsi une probabilité non nulle pour que l'agrégat perde une énergie différente de celle obtenue lors du calcul du pouvoir d'arrêt. La dispersion en énergie est justement la variance σ de la distribution de la perte d'énergie. Nous ferons souvent usage du terme anglais "straggling" qui désigne la dispersion en énergie.

3.1 Expression du straggling à température finie

Pour établir l'expression du straggling pour une charge non ponctuelle de vitesse \vec{V} et de masse M , nous partirons du traitement quantique du pouvoir d'arrêt [15,28]. On obtient tout d'abord la probabilité pour que le projectile perde en un temps dt une énergie $\hbar\omega$ puis on prend le premier moment de cette probabilité pour obtenir le pouvoir d'arrêt. On peut partir de l'expression de la section efficace calculée dans la première approximation de Born,

$$R(\vec{q}, \omega) = \frac{2\pi}{\hbar^2} |eV(\vec{q})|^2 S(\vec{q}, \omega) \quad (3.1)$$

pour un transfert d'énergie $\hbar\omega$ et d'impulsion $\hbar\vec{q}$ avec $\hbar\omega = \hbar\vec{q} \cdot \vec{V} + \frac{\hbar^2 q^2}{2M}$. $S(\vec{q}, \omega)$ représente le facteur de structure dynamique. Le terme $|V(\vec{q})|^2$ dans (3.1) représente le carré du module de la transformée de Fourier du potentiel d'interaction entre le projectile et un électron du plasma. Dans le cas d'un ion incident de charge Ze supposé ponctuel on aura $V(\vec{q}) = 4\pi Ze/q^2$. Si nous considérons une charge incidente

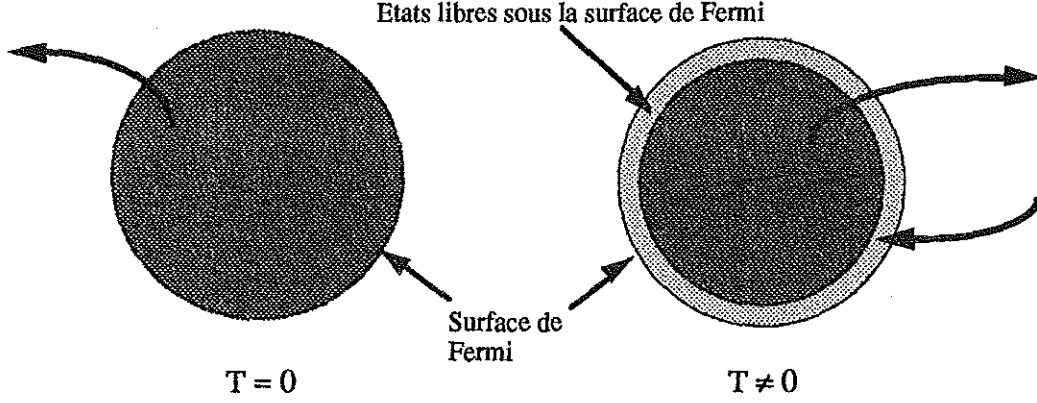


Figure 3.2: Schéma des transitions électroniques permises (flèches noires épaisses) en fonction du remplissage de la sphère de Fermi. A température nulle, tous les états de la sphère de Fermi sont occupés, le projectile ne peut que perdre de l'énergie en faisant sortir un électron. Lorsque $T \neq 0$, des états se libèrent "sous" la surface de Fermi et le projectile peut alors gagner l'énergie d'un électron qui retombe dans la sphère.

définie par sa densité $n(\vec{r})$ qui porte donc la charge $Z = \int d^3r n(\vec{r})$, nous aurons

$$V(\vec{q}) = \frac{4\pi e n(\vec{q})}{q^2}, \quad (3.2)$$

$n(\vec{q})$ étant la transformée de Fourier de $n(\vec{r})$. Le facteur de structure dynamique est relié à la constante diélectrique par la relation [52],

$$S(\vec{q}, \omega) = \frac{\hbar q^2}{4\pi^2 e^2} N(\omega) \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(q, \omega)} \right], \quad (3.3)$$

où N est la distribution de Planck,

$$N(\omega) = \frac{1}{\exp \left[\frac{\hbar \omega}{k_B T} \right] - 1}. \quad (3.4)$$

Pour un projectile de masse $M \gg m_e$, l'énergie de recul $\hbar^2 q^2 / 2M$ peut être négligée et on écrira $\omega = \vec{q} \cdot \vec{V}$. Les premier et deuxième moments de (3.1) conduisent alors respectivement au pouvoir d'arrêt et au straggling. On va, lors du calcul, intégrer sur des fréquences négatives, correspondant à une perte d'énergie du projectile, et sur des fréquences positives qui correspondent à un gain d'énergie. Il est ici intéressant de noter qu'en raison du comportement de la fonction de Planck (3.4), on a

$$\lim_{k_B T \rightarrow 0} R(\vec{q}, \omega > 0) = 0.$$

A température nulle, la charge ne peut ainsi prendre de l'énergie au gaz. Comme schématisé sur la figure (3.2), tous les états de la sphère de Fermi sont occupés et le projectile ne peut qu'en faire sortir un électron en perdant de l'énergie. Lorsque la

température s'élève, des trous apparaissent sous la surface de la sphère de Fermi et le projectile peut récupérer l'énergie d'un électron retombant à l'intérieur.

Compte tenu des propriétés de la constante diélectrique, de la relation

$$N(\omega) + N(-\omega) = -1,$$

et considérant une charge à symétrie sphérique pour laquelle $n(\vec{r}) = n(r)$, le calcul du premier moment [53] mène à l'expression connue du pouvoir d'arrêt (Cf Ch.1 Eq.1.15),

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} |n(k)|^2 \int_0^{kV} \omega d\omega \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right]. \quad (3.5)$$

Le straggling est ensuite donné par [53],

$$\Omega^2 = \frac{2e^2}{\pi \hbar V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} |n(k)|^2 \int_0^{kV} d\omega (\hbar\omega)^2 \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] [2N(\omega) + 1]. \quad (3.6)$$

La dépendance en température du straggling est ainsi contenue dans la fonction diélectrique et dans la distribution de Planck. En fonction des variables réduites usuelles $z = k/2k_F$ et $u = \omega/kV_F$, (3.6) se lit

$$\Omega^2 = 4\pi e^4 N_e L_\Omega,$$

$$L_\Omega = \frac{12}{\pi \chi^2} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \int_0^{V/V_F} u^2 du \int_0^\infty z^2 |n(2k_F z)|^2 \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] [2N(z, u) + 1] dz, \quad (3.7)$$

avec,

$$N(z, u) = \frac{1}{\exp\left(\frac{4uz}{T_e}\right) - 1}. \quad (3.8)$$

Comme pour le pouvoir d'arrêt, il est nécessaire de connaître les conditions qui permettront de considérer une charge comme ponctuelle ou bien deux charges comme complètement séparées. Nous allons ainsi dès maintenant déterminer les distances critiques de coagulation et de séparation pour le straggling.

3.1.1 Distances critiques de coagulation et de séparation

La quadrature (3.6) ressemblant beaucoup à celle donnant le pouvoir d'arrêt, on démontre facilement que les distances critiques obtenues lors de l'étude du ralentissement d'une charge étendue restent valables:

- La taille maximale que peut avoir la charge pour pouvoir être considérée comme ponctuelle vis à vis du straggling est donnée par (Eq.1.35),

$$R_c = \frac{\hbar}{2m_e(V + V_e)}, \quad (3.9)$$

où V_e représente la vitesse moyenne des électrons du plasma et V la vitesse de la charge.

- La distance minimale entre deux charges pour que le straggling du di-cluster ainsi formé soit la somme du straggling de chacune des charges prise individuellement est donnée par:
 - La longueur d'écrantage statique du plasma si le projectile est à basse vitesse, $V \ll V_e$.
 - La longueur d'écrantage dynamique lorsque $V \gg V_e$.

Nous passons maintenant à l'étude analytique du straggling.

3.2 Résultats analytiques.

3.2.1 Limite basse vitesse

Cas classique

La première idée de simplification de la quadrature (3.6) concerne la fonction de Planck. En effet, si sur la partie du domaine d'intégration où l'intégrand prend des valeurs non négligeables on a toujours $\hbar\omega \ll k_B T$, nous pouvons écrire,

$$[2N(\omega) + 1] \approx 2k_B T / \hbar\omega.$$

La formule du straggling se simplifie aussitôt pour donner,

$$\Omega^2 \approx 2k_B T \frac{dE}{dx}. \quad (3.10)$$

Les études précédentes du pouvoir d'arrêt (voir paragraphe 1.4 du Ch.1) nous ont montré que dans (3.7) la plus grande valeur de z mise en jeu est

$$Z_{max} = V/V_F + V_e/V_F,$$

la plus grande valeur du produit zu est donc $Z_{max}V/V_F$. Ainsi, la condition d'application de (3.10) est donnée par

$$4Z_{max}V/V_F \ll T_e \iff 2V(V + V_e) \ll k_B T / m_e, \quad (3.11)$$

qui mène à,

$$\frac{V}{V_e} \ll \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{2k_B T}{m_e V_e^2}} - 1 \right). \quad (3.12)$$

Cette condition se lit différemment suivant le degré de dégénérescence du plasma:

- Dans le cas classique, on a $k_B T \approx \frac{1}{2} m_e V_e^2$ et (3.12) se lit

$$V \ll 0,2V_e. \quad (3.13)$$

- En revanche, dans le cas dégénéré, on a $k_B T \ll \frac{1}{2} m_e V_e^2$ et (3.12) devient

$$\frac{V}{V_e} \ll \frac{1}{4} T_e. \quad (3.14)$$

L'approximation (3.10) tient ainsi lieu de forme asymptotique à basse vitesse pour le cas classique mais n'est d'aucune utilité dans un plasma dégénéré; le cas $T = 0$ doit être traité séparément. Il faut enfin noter que nous avons démontré l'équation (3.10) sur la base de considérations très générales portant sur la constante diélectrique sans nous soucier de la forme de la charge incidente; cette relation est ainsi valable *quelle que soit la forme du projectile*. De plus le stragglng dans ce cas sera proportionnel à la vitesse puisque le pouvoir d'arrêt l'est aussi (voir paragraphe 1.5.2 du Ch.1).

Température nulle

La condition (3.14) impose de traiter séparément le cas $T = 0$. Nous suivons ici Maynard [3] en faisant un développement limité de l'intégrant de (3.7) pour $u \approx 0$. On définit comme d'habitude

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 - V(k)\chi^\circ(k, \omega), \quad (3.15)$$

$$\chi^\circ(z, u) = -\frac{\chi^2}{\pi} [f_1(z, u) + if_2(z, u)].$$

Avant de faire tendre la température vers zéro on obtient une première expression du stragglng valable à toute température et basse vitesse,

$$L_\Omega \approx \frac{12}{\pi} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 \int_0^\infty \frac{z^4 |n(2k_F z)|^2}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, 0)]^2} dz \int_0^{V/V_F} u^3 \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)_{u=0} [2N(z, u) + 1] du, \quad (3.16)$$

la fonction $N(z, u)$ étant définie en (3.8) et

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)_{u=0} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{z^2 - \gamma}{T_e}\right)}. \quad (3.17)$$

Lorsque $T \rightarrow 0$, $N \rightarrow 0$, et l'expression (3.16) admet pour limite

$$L_{\Omega T=0} = \frac{3}{2} \left(\frac{V}{V_F}\right)^2 \int_0^1 \frac{z^4 |n(2k_F z)|^2}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, 0)]^2} dz \quad (3.18)$$

À basse vitesse et $T = 0$, le stragglng pour une charge étendue reste donc une fonction quadratique de la vitesse tandis que dans le cas classique il est proportionnel à la vitesse, comme le pouvoir d'arrêt (voir Eq.3.10).

Plus précisément, le stragglng est, et ceci à toute température, proportionnel au pouvoir d'arrêt lorsque la condition (3.12) est vérifiée. Il se trouve simplement que dans le cas classique, cette condition impose à la vitesse du projectile d'être faible devant celle des électrons de gaz, tandis que dans le cas dégénéré, cette condition mène à (3.14). Cette inégalité impose alors des vitesses si faibles qu'elles sortent du cadre de notre étude (on ne peut plus négliger l'énergie de recul du projectile si sa vitesse est trop faible). D'où la nécessité d'étudier en particulier le cas $T = 0$.

3.2.2 Limite haute vitesse

Nous allons ici utiliser l'approximation plasmon-pôle dans l'espace (z, u) définie au premier chapitre par l'équation (1.30). Nous rappelons ici deux résultats: la relation de dispersion (1.25),

$$z_r^2 = \frac{\chi^2}{3u_r^2} \left(1 + T_e \frac{F_{3/2}(\alpha^e)}{u_r^2 F_{1/2}(\alpha^e)} + T_e^2 \frac{F_{5/2}(\alpha^e)}{u_r^4 F_{1/2}(\alpha^e)} + \dots \right),$$

ainsi que le règle de somme (1.29),

$$\int_0^\infty u du \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] = \frac{\pi \chi^2}{6z^2}.$$

Nous avons donc

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \approx \frac{\pi \chi^2}{6uz^2} \left[\delta \left(z - \frac{\chi}{\sqrt{3}u} \right) Y(Z_1 - z) + \delta(z - u) Y(z - Z_1) \right]. \quad (3.19)$$

Où Y est la fonction de Heaviside. Z_1 représente la plus grande valeur de z de la courbe de résonance à température finie [30];

$$Z_1 = \frac{\chi}{\sqrt{3}A_0(T_e)}, \quad A_0(T_e) = \frac{V_e}{V_F}.$$

L'approximation (3.19) tient compte du principal effet de la température sur la constante diélectrique; la modification de la plus grande valeur de la résonance, effet directement relié à la longueur d'écrantage statique. Nous étudions tout d'abord le straggling pour une charge ponctuelle afin de tester la pertinence de l'emploi de cette approximation en comparant les résultats avec ceux de Sigmund & Fu [4] et de Maynard [3].

Charge ponctuelle

Nous séparons lors du calcul le straggling provenant des excitations de plasmons, (Ω_{plas}^2) , du straggling causé par les collisions proches, (Ω_{coll}^2) . En reprenant (3.7), on a avec (3.19)

$$L_{\Omega_{plas}} = \frac{2Z^2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \ln \left(\frac{V}{V_e} \right) [2N(\omega_p) + 1],$$

et,

$$L_{\Omega_{coll}} = Z^2 \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \left[\left(\frac{V}{V_F} \right)^2 - \frac{Z_1^2}{2} \right] + Z^2 \frac{T_e}{2} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \Lambda, \quad (3.20)$$

avec

$$\Lambda = \ln \left[\frac{1 - \exp \left(-\frac{2m_e V^2}{k_B T} \right)}{1 - \exp(-C^2)} \right].$$

N est la fonction de Planck (3.4) et

$$C^2 = \left(\frac{\hbar \omega_p}{2k_B T} \right)^2 \frac{k_B T}{\frac{1}{2} m_e V_e^2}. \quad (3.21)$$

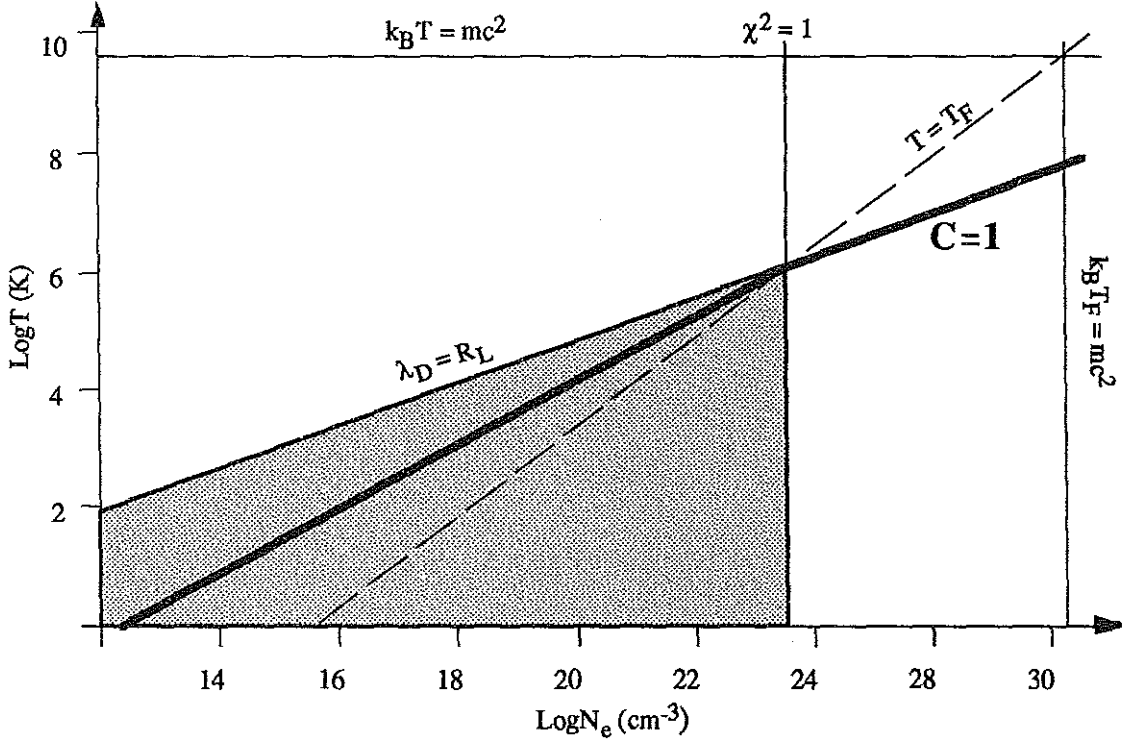


Figure 3.3: Limite $C = 1$. Le plasma peut être considéré comme classique vis-à-vis du straggling si $C \ll 1$ tandis qu'il doit être considéré comme dégénéré si $C \gg 1$.

La quantité C détermine si le plasma peut être considéré comme classique ou pas vis à vis du straggling; il est clair que si $C \rightarrow \infty$ les termes correctifs relatifs à la température deviennent négligeables devant les autres. L'égalité $C = 1$ se lit différemment selon la température;

- Lorsque le plasma est classique, on a $m_e V_e^2 \approx 2k_B T$ et

$$C = 1 \iff \hbar\omega_p = 2k_B T,$$

qui donne en coordonnées log: $\log(T) = \log(N_e)/2 - 6,66$.

- Dans un plasma dégénéré où $V_e = V_F$, $C = 1$ s'écrit

$$C = 1 \iff k_B T = 0,65 N_e^{1/3} e^2,$$

condition presque identique à $\lambda_{Debye} = R_{Landau}$.

Nous avons tracé la limite $C = 1$ sur un diagramme (T, N_e) en coordonnées logarithmiques sur la figure (3.3). On constate que dans tout le domaine traité par l'APA, les plasmas classiques se situent dans des régions où $C \ll 1$. En revanche, si la majeure partie des plasmas quantiques se situent dans le domaine $C \gg 1$ il existe tout de même une région dans laquelle on a simultanément $T < T_F$ et $C < 1$. Un équivalent asymptotique de L_Ω (Eq.3.20) est donné par,

$$L_\Omega = Z^2 + \frac{2Z^2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 \ln\left(\frac{V}{V_e}\right) [2N(\omega_p) + 1] + O(1/V^2). \quad (3.22)$$

On notera que le premier terme de (3.22) représente l'effet des collisions proches à $T = 0$, les corrections de température sur ce terme sont négligeables. En revanche, les corrections apportées au straggling dû aux plasmons sont du même ordre de grandeur qu'à $T = 0$. Comme pour les résultats [4,3], le premier terme du développement (3.22) est Z^2 . Le terme suivant est dans tous les cas en $K \ln(V)/V^2$ mais son coefficient varie: tandis qu'ici, ce coefficient vaut

$$K = \frac{2Z^2\chi}{\sqrt{3}} V_F^2 [2N(\omega_p) + 1],$$

Sigmund & Fu donnent,

$$K = \left[\frac{2Z^2\chi}{\sqrt{3}} + \frac{\langle V_e^2 \rangle}{3V_F^2} \right] V_F^2.$$

La principale différence réside dans l'absence du facteur $2N(\omega_p) + 1$ qui provient directement de l'omission du terme $2N(\omega) + 1$ dans l'Eq.(2) de la Réf. [4] (qui correspond à notre Eq.3.6). Hormis cela, la démarche de Sigmund & Fu concernant la constante diélectrique est bien plus précise que notre emploi de l'approximation plasmons-pôle, ce qui explique l'apparition du terme $\langle V_e^2 \rangle / 3V_F^2$.

Ayant ainsi vérifié la pertinence de l'emploi de l'approximation plasmon-pôle pour le calcul du straggling d'une charge ponctuelle dans le domaine des hautes vitesses, nous déterminons maintenant les équations correspondantes pour une distribution de charge à symétrie sphérique.

Charge étendue

Le cas basse vitesse ayant été traité au paragraphe (3.2.1) nous considérons ici une charge animée d'une vitesse $V \gg V_e$. En utilisant (3.19), on écrit pour une charge étendue:

$$L_{\Omega_{plas}}^{np} = \frac{2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 [2N(\omega_p) + 1] \int_{Z_0}^{Z_1} \frac{|n(2k_F z)|^2}{z} dz, \quad (3.23)$$

$$L_{\Omega_{coll}}^{np} = 2 \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \int_{Z_1}^{V/V_F} z |n(2k_F z)|^2 \left[1 + \frac{2}{\exp\left(\frac{4z^2}{T_e}\right) - 1} \right] dz, \quad (3.24)$$

où

$$Z_0 = \frac{\chi V_F}{\sqrt{3}V} \quad Z_1 = \frac{\chi}{\sqrt{3}A_0}.$$

Nous appliquons maintenant ce formalisme au di-cluster.

3.3 Di-cluster orienté aléatoirement

Nous considérons donc deux ions de charge $Z_1 e$ et $Z_2 e$ séparés par \vec{R} . Après calcul de la moyenne sur l'orientation de \vec{R} (voir Eq. 2.10) on écrit dans l'équation (3.6),

$$|n(\vec{k})|^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1 Z_2 \text{sinc}(kR). \quad (3.25)$$

Il vient,

$$\Omega^2 = (Z_1^2 + Z_2^2)\Omega_p^2 + 2Z_1Z_2\Omega_c^2, \quad (3.26)$$

avec,

$$\Omega_p^2 = \frac{2e^2}{\pi\hbar V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} d\omega (\hbar\omega)^2 \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] [2N(\omega) + 1], \quad (3.27)$$

et

$$\Omega_c^2 = \frac{2e^2}{\pi\hbar V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \text{sinc}(kR) \int_0^{kV} d\omega (\hbar\omega)^2 \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] [2N(\omega) + 1]. \quad (3.28)$$

Ω_p^2 représente ainsi le straggling des charges ponctuelles et Ω_c^2 est le terme de corrélation.

Nous étudierons ici le comportement du terme de corrélation à haute vitesse ainsi qu'à basse vitesse et température nulle. Le comportement à basse vitesse dans le cas classique étant obtenu en multipliant le pouvoir d'arrêt par $2k_B T$ (voir Eq.3.10).

3.3.1 Terme de corrélation à haute vitesse

Des équations (3.23, 3.24), on tire pour la partie corrélée du straggling du di-cluster,

$$\Omega_c^2 = 4\pi e^4 N_e (L_{\Omega_{coll}^{np}} + L_{\Omega_{plas}^{np}}),$$

où

$$\begin{aligned} L_{\Omega_{plas}^c} &= \frac{2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 [2N(\omega_p) + 1] \int_{z_0}^{z_1} \frac{\text{sinc}(2k_F R z)}{z} dz, \\ L_{\Omega_{coll}^{np}} &= 2 \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \int_{z_1}^{V/V_F} z \text{sinc}(2k_F R z) \left[1 + \frac{2}{\exp\left(\frac{4z^2}{T_e}\right) - 1} \right] dz, \end{aligned} \quad (3.29)$$

Toutes ces quadratures s'évaluent aisément, à l'exception de celle concernant les collisions proches où intervient la fonction N. Nous pouvons déjà écrire en notant¹

$$H(x) = \text{Ci}(x) - \text{sinc}x,$$

la fonction $\text{Ci}(x)$ désignant le cosinus intégral;

$$\begin{aligned} L_{\Omega_{plas}^c} &= \frac{2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 [2N(\omega_p) + 1] \left[H\left(R \frac{\omega_p}{V}\right) - H(R/\lambda_s) \right], \\ L_{\Omega_{coll}^c} &= 2 \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \left[\frac{\cos(R/\lambda_s)}{(2k_F R)^2} - \frac{\cos(R/R_o)}{(2k_F R)^2} \right] + T_e \left(\frac{V_F}{V} \right)^2 \int_C^{\sqrt{\frac{2m_e V^2}{k_B T}}} \frac{u \text{sinc}(\alpha R u)}{e^{u^2} - 1} du, \end{aligned} \quad (3.30)$$

où $R_o = \hbar/2m_e V$. C est défini par l'équation (3.21), $\alpha = T_e^{1/2} k_F$ et $\lambda_s = V_e/\omega_p$.

Le dernier membre de l'équation (3.30) représente donc l'effet de la température sur la partie corrélée du straggling. Dans la limite de l'étude $V \gg V_e$ on peut en très

¹On trouvera la courbe représentative de $H(x)$ sur la figure 2.1.

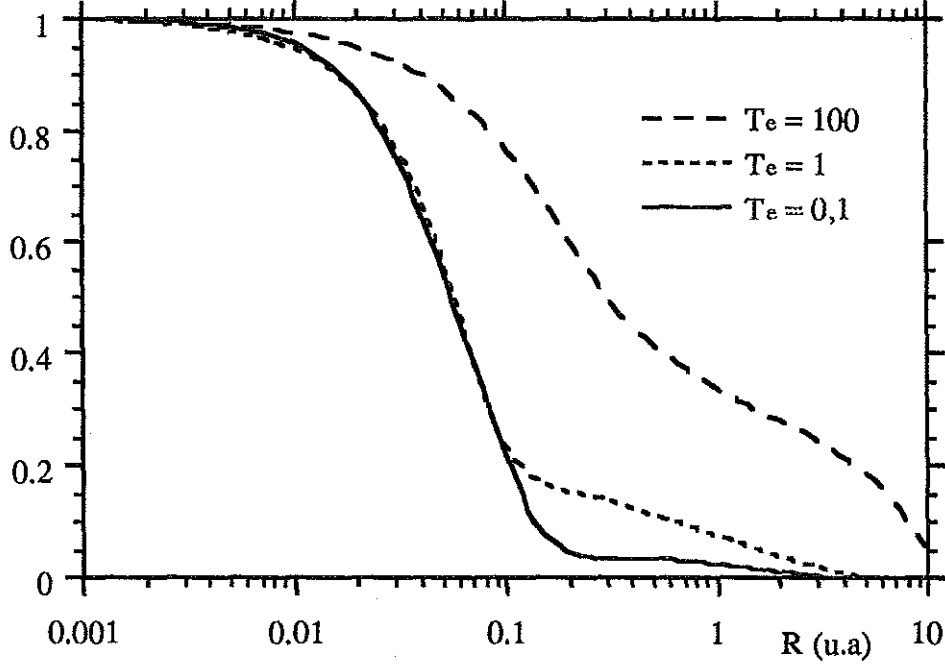


Figure 3.4: Courbes représentatives du rapport de la partie corrélée du straggling à sa partie ponctuelle en fonction de la distance R (en u.a.) séparant les deux ions du di-cluster pour trois températures réduites $T_e = T/T_F$. La densité du gaz est $N_e = 10^{26} \text{ cm}^{-3}$, ce qui donne $k_B T_F = 786 \text{ eV}$. Dans tous les cas, la vitesse du di-cluster est le triple de la vitesse moyenne des électrons du gaz.

bonne approximation considérer la borne supérieure de l'intégrale comme infinie. On écrira donc

$$\int_C^{\infty} \sqrt{\frac{2m_e V^2}{k_B T}} \frac{2u \text{sinc}(\alpha R u) du}{e^{u^2} - 1} \approx \int_C^{\infty} \frac{2u \text{sinc}(\alpha R u) du}{e^{u^2} - 1}.$$

A cause de l'exponentielle présente au dénominateur de l'intégrand, ce terme s'annule très rapidement lorsque $C > 1$ (on montre aisément qu'il s'annule comme e^{-C^2}). En revanche, dans la limite $C \ll 1$ ce terme diverge en $\ln(C)$. Une fois encore, c'est cette quantité qui détermine l'importance des effets de température sur le straggling. Lorsque les deux ions du di-cluster sont loin l'un de l'autre, c'est-à-dire dans la limite $R \gg V/\omega_p$, on peut négliger $L_{\Omega_{coll}^{np}}$ devant $L_{\Omega_{plas}^{np}}$ et il vient

$$L_{\Omega^c} \approx -\frac{2\chi}{\sqrt{3}} \left(\frac{V_F}{V}\right)^2 [2N(\omega_p) + 1] \frac{\cos\left(\frac{R\omega_p}{V}\right)}{\left(\frac{R\omega_p}{V}\right)^2}, \quad (3.31)$$

résultat qui, comme pour le pouvoir d'arrêt, témoigne du rapport étroit entre l'écrantage dynamique [36] et les corrélations. On trouvera sur la figure (3.4) des courbes représentatives du rapport du terme de corrélation au terme ponctuel pour diverses températures. L'expression de $L_{\Omega^{np}}$ utilisée pour tracer ces courbes provient de l'évaluation numérique des équations (3.30).

3.3.2 Terme de corrélation à basse vitesse et $T = 0$

En insérant (3.25) dans (3.18), on trouve pour la partie corrélé du straggling à $T = 0$,

$$L_{c,\Omega_{T=0}} = \frac{3}{2} \left(\frac{V}{V_F} \right)^2 \int_0^1 \frac{z^4 \text{sinc}(2k_F R z)}{[z^2 + \chi^2 f_1(z, 0)]^2} dz, \quad (3.32)$$

La fonction $f_1(z, 0)$ est donnée par Lindhard [15],

$$f_1(z, 0) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(1 - z^2)}{2z} \ln \left| \frac{z + 1}{z - 1} \right| \right].$$

Il est instructif de donner la forme asymptotique de l'intégrale (3.32) aux grands R . Pour $R \gg k_F^{-1}$, une intégration par partie donne

$$L_{c,\Omega_{T=0}} \approx -\frac{3}{2(1 + \chi^2/2)^2} \left(\frac{V}{V_F} \right)^2 \frac{\cos(2k_F R)}{(2k_F R)^2}. \quad (3.33)$$

A l'instar du terme de corrélation du pouvoir d'arrêt, le terme de corrélation du straggling subit des oscillations "à la Friedel" à grande distance [37]. On trouvera sur la figure (3.5) la courbe représentative du rapport du terme de corrélation au terme ponctuel du straggling pour différentes valeurs de χ^2 .

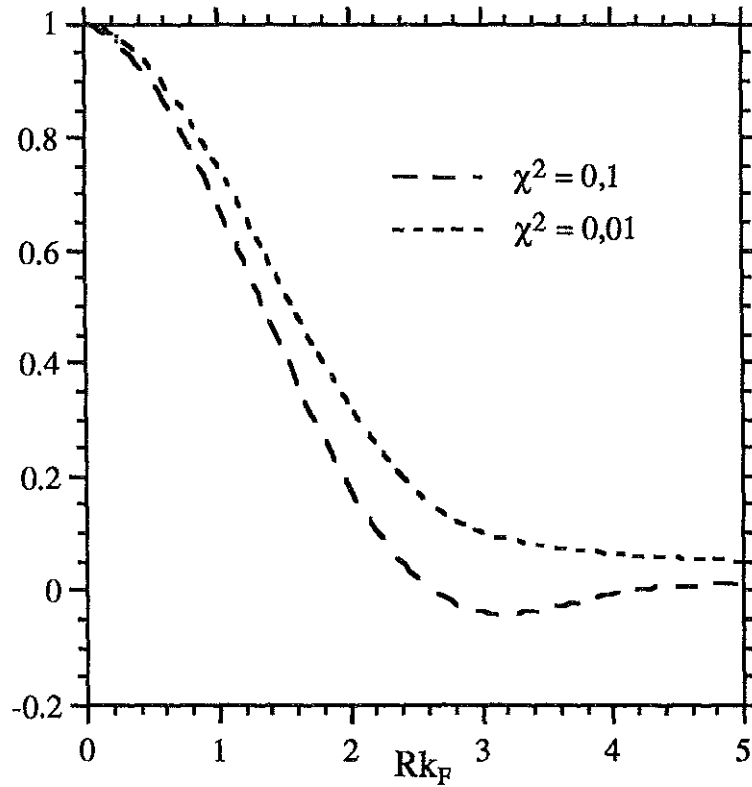


Figure 3.5: Courbe représentative du rapport de la partie corrélée du straggling à la partie ponctuelle pour $\chi^2 = 0,1$ ($N_e \approx 10^{24} \text{ cm}^{-3}$) et $\chi^2 = 0,01$ ($N_e \approx 10^{25} \text{ cm}^{-3}$). On lit en abscisse la distance R séparant les deux composants du cluster mesurée en unités k_F^{-1} .

Chapitre 4

Etude sommaire de la déformation d'un cluster lors de l'impact

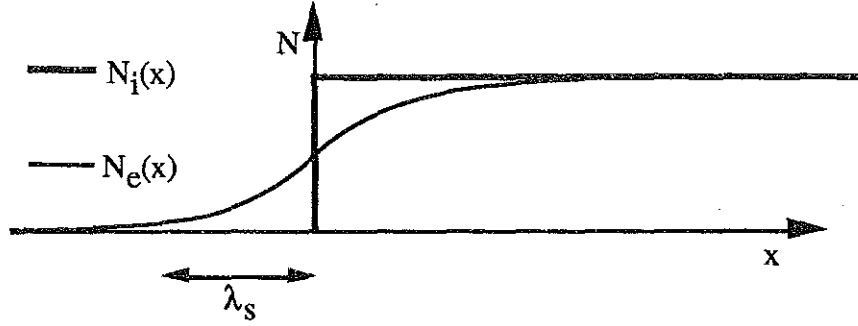


Figure 4.1: Profils de densités ionique et électronique à l'interface plasma-vide.

L'étude du ralentissement d'une charge étendue nous a montré l'importance de la forme de celle-ci. Nous avons jusqu'ici considéré la géométrie des agrégats étudiés comme une donnée du problème. L'objet de cette partie est d'étudier sommairement les relations que l'on peut avoir entre la forme de l'agrégat *hors* du plasma et *dans* le plasma. Le freinage agit en effet sur un agrégat ayant traversé la frontière plasma-vide, et ceci peut en modifier totalement la forme. Après avoir choisi un modèle d'interface plasma-vide, nous analyserons les origines des déformations subies par une couronne d'ions lors de l'impact sur l'interface.

4.1 Modélisation de l'interface plasma-vide

Nous adoptons ainsi un modèle où les ions, considérés comme un fond continu de densité constante N_i , occupent le demi-espace $x > 0$ (voir figure 4.1) tandis que les électrons se répartissent librement avec une densité $N_e(x)$. L'étude de la fonction $N_e(x)$ dans ces conditions a été faite par de nombreux auteurs, tant dans le cas dégénéré [54] que dans le cas classique [55]. Les résultats des études s'accordent sur la forme de $N_e(x)$ et sur son extension spatiale: dans la limite de couplage faible, $N_e(x)$ décroît exponentiellement vers 0 loin du plasma et $N_i - N_e$ tend exponentiellement vers 0 à l'intérieur du plasma. De plus, l'extension de l'interface est de l'ordre de la distance d'écran λ_s (s pour "screen") du plasma. On parvient ainsi à une expression de $N_e(x)$ de la forme,

$$\begin{aligned} N_e(x > 0) &= N_i - \frac{N_i}{2} e^{-x/\lambda_s}, \\ N_e(x < 0) &= \frac{N_i}{2} e^{x/\lambda_s}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Intégrant l'équation de Poisson,

$$\Delta^2 \phi + 4\pi e(N_i - N_e) = 0,$$

en annulant le champ électrique en $\pm\infty$ (puisque la charge totale du système est nulle) et en imposant la continuité du champ et du potentiel en $x = 0$ il vient,

$$\phi(x > 0) = -\frac{4\pi e N_i}{2} \lambda_s^2 e^{-x/\lambda_s},$$

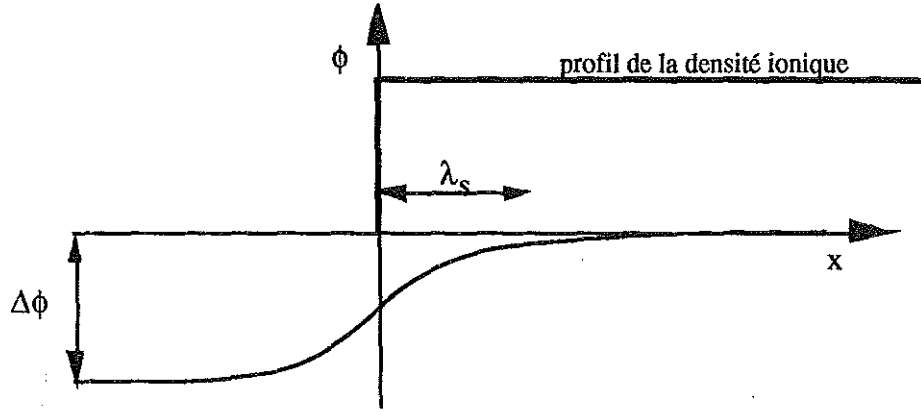


Figure 4.2: Profil du potentiel à l'interface plasma-vide.

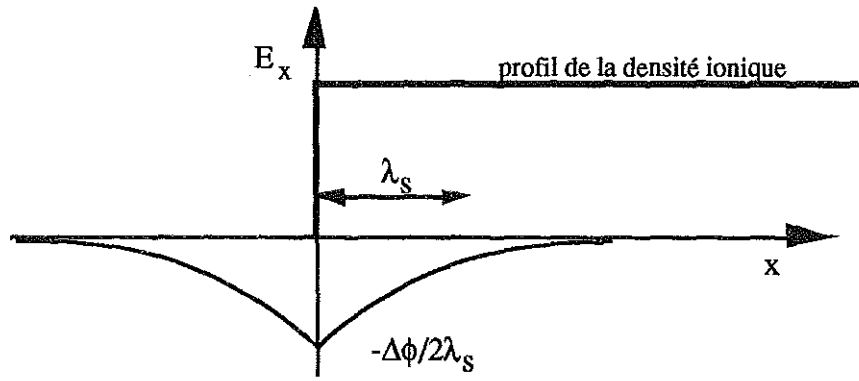


Figure 4.3: Profil du champ à l'interface plasma-vide.

$$\phi(x < 0) = -4\pi e N_i \lambda_s^2 + \frac{4\pi e N_i}{2} \lambda_s^2 e^{x/\lambda_s}. \quad (4.2)$$

La composante $E_x(x)$ du champ $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ est donnée par,

$$E_x(x) = -\frac{4\pi e N_i \lambda_s}{2} e^{-|x|/\lambda_s}. \quad (4.3)$$

Les profils correspondant du potentiel et du champ sont représentés sur les Figs. 4.2 et 4.3. Il est à ce stade important de noter que l'extension de la densité électronique produit entre le vide et le plasma une barrière de potentiel de hauteur

$$\Delta\phi = \phi(+\infty) - \phi(-\infty) = 4\pi e N_i \lambda_s^2. \quad (4.4)$$

$\Delta\phi$ dépend donc de la nature du plasma au même titre que la longueur d'écran (voir à ce sujet la thèse de C. Gouédard [30]). On calcule ainsi:

- Si les électrons sont classiques, $\lambda_s = \lambda_D$ et

$$\Delta\phi = \frac{k_B T}{e}.$$

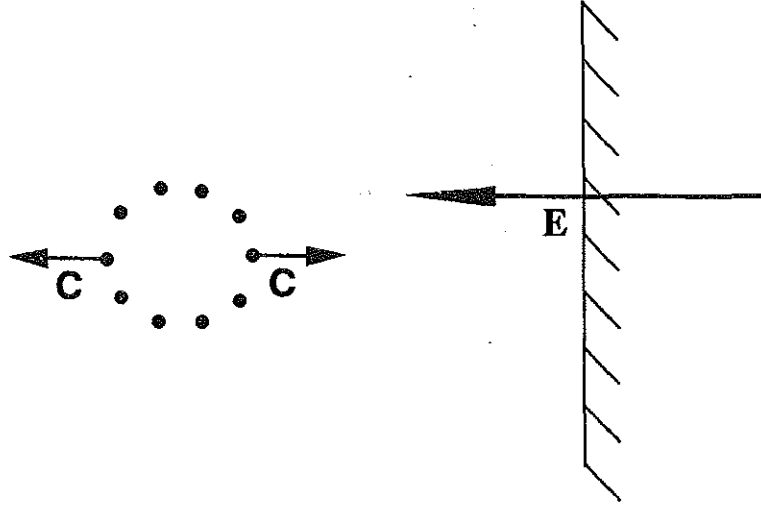


Figure 4.4: Mécanisme de déformation du cluster; le champ interfacial \vec{E} inhomogène et la répulsion coulombienne \vec{C} agissent simultanément sur les ions. Le plasma occupe le demi-espace droit.

- Si les électrons sont faiblement dégénérés, $\lambda_s = \lambda_{TF}$ et

$$\Delta\phi = \frac{2k_B T_F}{3e}.$$

- Si les électrons sont fortement dégénérés, $\lambda_s = k_F^{-1}$ et

$$\Delta\phi = \frac{4}{3\pi} k_F e \approx 1,31 N_e^{1/3} e.$$

Dans les plasmas classiques ou faiblement dégénérés, la barrière de potentiel est ainsi de l'ordre de l'énergie cinétique moyenne des électrons (divisée par la charge élémentaire e) tandis que dans le liquide de Fermi cette barrière équivaut à l'énergie d'interaction coulombienne des électrons du plasma, laquelle est toujours très inférieure à l'énergie cinétique dans l'approximation APA (voir section 1.1.2). Le signe du champ électrique montre que celui-ci repousse hors du plasma les charges positives; un ion incident chargé positivement est donc freiné lors de son entrée dans le plasma.

4.2 Analyse qualitative de la déformation

Il apparaît que ce modèle d'interface peut, tel quel, servir à expliquer et quantifier les déformations d'un cluster incident. Considérons à cet effet la situation représentée figure (4.4). Nous prenons l'exemple simple d'une couronne d'ions positifs identiques s'approchant du plasma, celui-ci occupant le demi-espace droit. Les ions du cluster sont soumis à deux types de champs:

- Le champ interfacial inhomogène \vec{E} , qui tend à les éloigner du plasma.

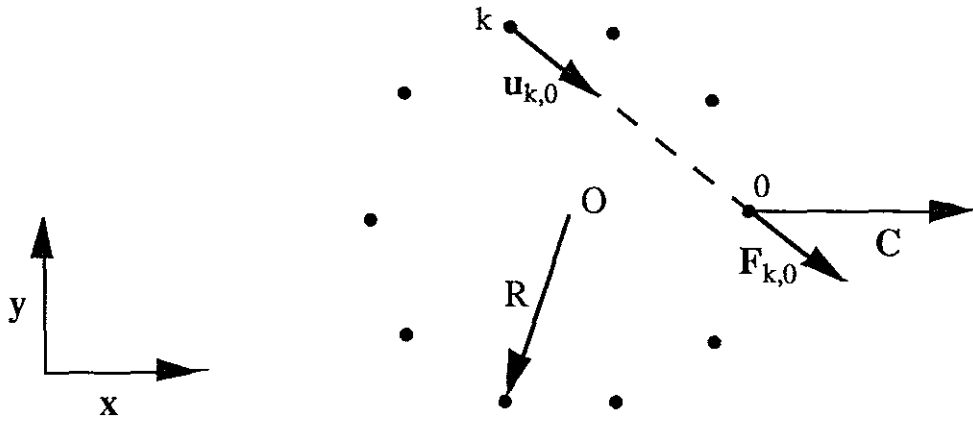


Figure 4.5: Modèle de la couronne de N ions.

- Le champ de répulsion coulombienne \vec{C} , interne au cluster, qui tend à éloigner tous les ions les uns des autres (nous supposons tous les ions ionisés simultanément et de la même manière, voir la note p.96).

Il est clair que c'est la combinaison des contraintes résultant de ces deux champs qui déforme la couronne. Si la répulsion coulombienne agissait seule, la couronne ne ferait que s'élargir sans se déformer tandis qu'en présence du seul champ interfacial, elle serait momentanément déformée au passage de l'interface pour reprendre sa forme initiale une fois parvenue dans le plasma.

Nous allons étudier quantitativement l'action de ces deux facteurs pris séparément avant d'observer l'effet conjugué de leurs actions.

4.2.1 Effet de la répulsion coulombienne

Nous étudions ici le processus pour le cas particulier du N -cluster "en couronne". Nous considérons donc N ions numérotés de 0 à $N - 1$, de même charge Ze et tous de même masse M , situés de manière régulière sur un cercle de rayon R et de centre O (figure 4.5). En raison de la symétrie du problème, chaque ion est soumis à une force résultante radiale. Calculons la force totale \vec{C} exercée sur l'ion numéro 0.

L'ion k exerce sur l'ion 0 la force,

$$\vec{F}_{k,0} = \frac{(Ze)^2}{r_{k,0}^2} \vec{u}_{k,0}. \quad (4.5)$$

$\vec{u}_{k,0}$ étant ici un vecteur unitaire orienté de k vers 0 et $r_{k,0}$ la distance entre les deux ions. On a ainsi pour la force résultante sur 0,

$$\vec{C} = (Ze)^2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\vec{u}_{k,0}}{r_{k,0}^2}. \quad (4.6)$$

\vec{C} étant alignée sur l'axe x en raison de la symétrie du problème, il vient

$$C = (Ze)^2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\vec{u}_{k,0} \cdot \vec{x}}{r_{k,0}^2}. \quad (4.7)$$

Les ions de la couronne sont repérés par leur coordonnées (x_k, y_k) ,

$$\begin{aligned}x_k &= R \cos\left(\frac{2k\pi}{N}\right), \\y_k &= R \sin\left(\frac{2k\pi}{N}\right),\end{aligned}\tag{4.8}$$

k variant de 0 à $N - 1$. Il vient alors,

$$C = (Ze)^2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{x_0 - x_k}{[(x_0 - x_k)^2 + (y_0 - y_k)^2]^{3/2}},\tag{4.9}$$

que l'on peut mettre sous la forme,

$$C = \frac{(Ze)^2}{R^2} G(N),\tag{4.10}$$

avec

$$G(N) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{\sin\left(\frac{k\pi}{N}\right)}.\tag{4.11}$$

La force totale subie par l'ion 0 ne dépend ainsi que du rayon R et d'un facteur de forme relié uniquement au nombre d'ions constituant l'agrégat. En raison de la symétrie de la couronne, chaque ion est ainsi soumis à une force radiale d'intensité C . La couronne reste donc circulaire, son rayon R étant solution de l'équation différentielle suivante:

$$M\ddot{R} = \frac{(Ze)^2}{R^2} G(N),\tag{4.12}$$

avec les conditions limites $R(t = 0) = R_0$ et $\dot{R}(t = 0) = 0$, l'ionisation simultanée¹ étant prise pour origine des temps. En intégrant l'équation une première fois et en posant $\psi = R/R_0$ il vient,

$$\begin{aligned}\psi^2 \frac{\psi}{\psi - 1} &= \frac{2(Ze)^2 G(N)}{MR_0^3}, \\ \psi(0) &= 1.\end{aligned}\tag{4.13}$$

La grandeur recherchée est le rayon atteint par l'agrégat lorsqu'il aura pénétré le plasma. La taille de l'interface plasma-vide étant de l'ordre de $2\lambda_s$, il nous faut calculer $\psi(t = 2\lambda_s/V_0)$, V_0 étant la vitesse de la couronne. L'équation différentielle (4.13) peut se résoudre exactement mais l'on obtient des résultats analytiquement plus exploitables en considérant deux cas limites;

- $\psi(t = 2\lambda_s/V_0) \approx 1$, la couronne n'a presque pas grandi. On calcule alors rapidement,

$$\psi(t = 2\lambda_s/V_0) \approx 1 + \frac{G(N)(Ze)^2}{R_0} \frac{1}{\frac{1}{2}MV_0^2} \left(\frac{\lambda_s}{R_0}\right)^2 = 1 + \frac{E_p}{E_c} \left(\frac{\lambda_s}{R_0}\right)^2.$$

¹L'ionisation d'un ion ayant lieu lors de son contact avec le plasma, l'hypothèse d'ionisation simultanée de tous les ions de l'agrégat suppose que sa taille soit beaucoup plus petite que la longueur d'écran.

Où $E_p = G(N)(Ze)^2/R_0$ désigne l'énergie potentielle d'interaction coulombienne initiale d'un ion de l'agrégat et E_c son énergie cinétique.

- Dans le cas où $\psi(t = 2\lambda_s/V_0) \gg 1$, la couronne a beaucoup grandi. On calcule alors,

$$\psi(t = 2\lambda_s/V_0) \approx 2\sqrt{\frac{E_p}{E_c} \frac{\lambda_s}{R_0}}.$$

On peut conclure que la quantité qui détermine l'importance de la croissance relative de la couronne lors la traversée de l'interface est,

$$\frac{E_p}{E_c} \left(\frac{\lambda_s}{R_0} \right)^2 = \Gamma\delta^2, \quad (4.14)$$

avec,

$$\Gamma = \frac{E_p}{E_c} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\lambda_s}{R_0}.$$

L'agrégat grandit beaucoup pour $\Gamma\delta^2 \gg 1$ et peu pour $\Gamma\delta^2 \ll 1$. L'hypothèse d'ionisation simultanée des ions imposant $\delta \gg 1$ (voir note 1), c'est le quotient de l'énergie coulombienne par l'énergie cinétique des ions qui détermine l'amplitude de la croissance en taille de l'agrégat.

4.2.2 Effet du champ interfacial

Pris isolément, le champ interfacial ne fait que déformer momentanément l'agrégat. En revanche, il ralentit celui-ci puisqu'il le force à gravir une marche de potentiel de hauteur $\Delta\phi$. Dans le modèle considéré ici, un ion ne peut pénétrer le plasma si son énergie cinétique est inférieure à $Ze\Delta\phi$. Nous étudierons donc les cas dans lesquels $\mathcal{R} = Ze\Delta\phi/E_c < 1$; dans cette situation, le temps τ mis par un ion pour traverser l'interface (c'est-à-dire pour passer de $x = -\lambda_s$ à $x = \lambda_s$) s'exprime sous la forme,

$$\tau = \frac{\lambda_s}{V_0} \left\{ \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1 - \mathcal{R}e^x/2}} + \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - \mathcal{R}(1 - e^{-x}/2)}} \right\}. \quad (4.15)$$

Dans la limite $\mathcal{R} \ll 1$, on a,

$$\tau = \frac{2\lambda_s}{V_0} \{1 + \mathcal{R}/4 + O(\mathcal{R}^2)\}. \quad (4.16)$$

4.2.3 Superposition des deux effets

La situation est analytiquement insoluble lorsqu'il faut prendre en compte les deux effets. Nous aurons recours à la simulation numérique pour observer la déformation pour toutes les valeurs des paramètres du problème. Nous pouvons néanmoins déterminer qualitativement certaines conditions permettant de négliger les déformations du cluster.

Rappelons tout d'abord que notre modèle impose des valeurs de $\mathcal{R} < 1$ afin que la couronne parvienne dans le plasma. Nous pouvons dans cette limite considérer comme valable notre étude de l'explosion coulombienne si le rayon de la couronne reste toujours petit devant la taille de l'interface:

- Dans le cas où l'accroissement relatif du rayon est important, la taille de la couronne après la traversée de l'interface est donnée par $R \approx 2R_0\delta\Gamma^{1/2}$, on doit donc avoir

$$2R_0\delta\Gamma^{1/2} \ll \lambda_s \iff \Gamma \ll 1/\sqrt{2} \approx 0,7 \quad (4.17)$$

(puisque $\delta = \lambda_s/R_0$).

- Lorsque l'accroissement relatif est faible, la couronne reste toujours bien plus petite que l'interface, puisque nous avons supposé que son rayon initial était petit devant λ_s .

Récapitulons: notre étude quantitative suppose $\mathcal{R} < 1$ (pour que la couronne pénètre dans le plasma) et $\delta \gg 1$ (pour que tous les ions rentrent en même temps dans la zone interfaciale). Le paramètre à surveiller est dans ces conditions $\Gamma\delta^2$ (voir Eq.4.14). Lorsque ce paramètre est petit devant 1, la couronne n'est pas déformée. Elle ne l'est pas non plus si, ce paramètre étant grand devant 1, on a $\Gamma \ll 0,7$.

4.3 Simulation de la déformation

Afin de vérifier le critère établi ci-dessus et aussi d'explorer des situations que notre étude théorique n'a pas prises en compte, nous présentons ici une simulation numérique de l'interaction couronne-interface. La couronne est supposée contenue dans un plan Π perpendiculaire à l'interface (comme sur la figure 4.4). Tous les ions ont la même masse M ainsi que la même charge Z . Pour calculer la trajectoire de chaque ion, nous avons employé un algorithme de Runge-Kutta du premier ordre. On a pour l'ion i ,

$$\begin{aligned} \vec{X}_i(t + \Delta t) &= \vec{X}_i(t) + \vec{V}_i(t)\Delta t, \\ \vec{V}_i(t + \Delta t) &= \vec{V}_i(t) + \vec{A}_i(t)\Delta t, \\ \vec{A}_i(t) &= \frac{\vec{F}_i(t)}{M}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

$\vec{A}_i, \vec{V}_i, \vec{X}_i$, sont respectivement les vecteurs accélération, vitesse et position de l'ion i dans un repère lié au plan Π . \vec{F}_i est la force exercée sur l'ion i , résultant de l'action du champ interfacial ainsi que de l'interaction coulombienne avec les autres ions. Le pas d'itération temporel Δt est fixe, et déterminé en fonction des paramètres du problème pour que la traversée complète de l'interface demande environ 500 itérations. Nous avons effectué trois simulations;

- Dans la première (Fig.4.6), l'énergie cinétique des ions est bien supérieure à la marche de potentiel ($\mathcal{R} = 5.10^{-4}$). La couronne traverse l'interface sans subir de déformation notable.
- Pour la simulation de la figure (4.7), l'énergie cinétique est plus petite que la barrière de potentiel; la couronne subit une déformation importante en "rebondissant" sur l'interface.
- Pour la simulation de la figure (4.8), $\mathcal{R} = 0,4$ et $\Gamma\delta^2 = 8,23$. Avec $\Gamma = 0,04$ la couronne grandit beaucoup sans être déformée.

Cette étude nous a permis d'aborder le problème crucial de la déformation d'un agrégat lors de son impact sur le plasma. Il nous semble important pour conclure de rappeler ses limitations.

Nous avons considéré une couronne, c'est-à-dire une géométrie que l'explosion coulombienne conserve. Un agrégat de forme quelconque sera en général déformé par la seule action des forces de Coulomb internes.

Nous avons fait une étude à l'ordre zéro de l'action du champ interfacial sur les ions. Une étude au premier ordre devrait prendre en compte la polarisation de la densité électronique $N_e(x)$ sous l'action du potentiel créé par les ions (effet de "sillage", par exemple). Sans aller plus loin dans les calculs (qui feraient intervenir la constante diélectrique d'un "demi-gaz" d'électrons, voir [56]), nous pouvons supposer que la polarisation de l'interface à proximité d'une charge Z est négligeable si cette charge est très faible devant le nombre d'électrons compris dans la zone interfaciale. Or, ce nombre d'électrons sera de l'ordre du nombre \mathcal{N} d'électrons compris dans une sphère d'écran du plasma puisque l'interface a les dimensions de la longueur d'écran. Nous parvenons alors à la conclusion que notre étude à l'ordre zéro est valide lorsque la charge perturbatrice est très faible devant la charge $\mathcal{N}e$: cette conditions est identique à celle que nous avons évoqué au paragraphe 1.1.1 de cette thèse pour pouvoir négliger l'effet Barkas.

Enfin, nous avons supposé une fragmentation de la couronne particulièrement simple; une étude plus poussée devrait prendre en compte toutes les possibilités de fragmentation de l'agrégat et d'ionisation des débris.

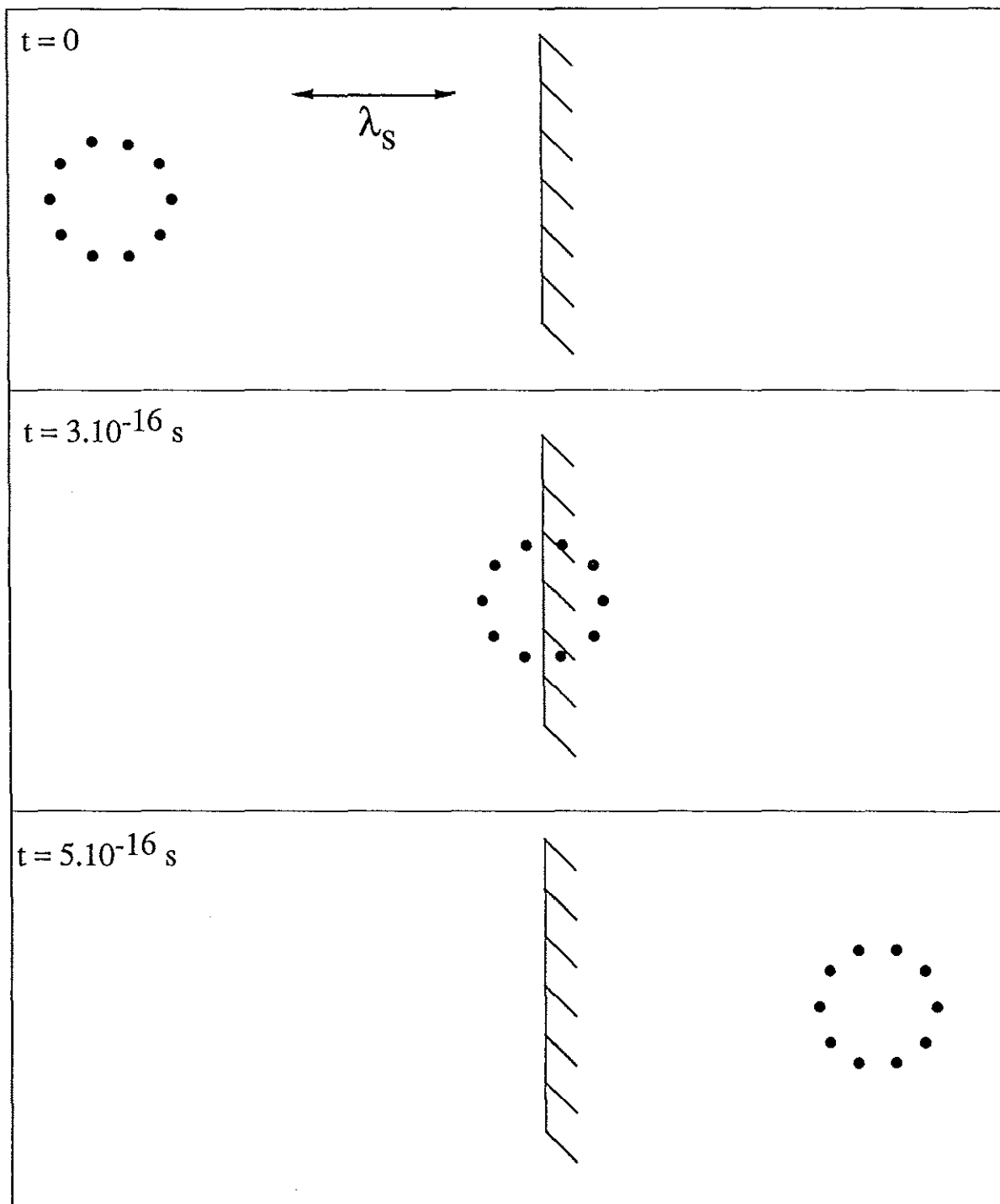


Figure 4.6: Evolution de la couronne lors de la traversée de l'interface. Pour tous les ions, on a pris $Z = 1$ et $M=10$ masse protonique. Les paramètres du plasma sont $N_e = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ et $T = 10 \text{ keV}$. Le rayon initial de la couronne est $R_0 = 5 \text{ u.a.}$ La vitesse initiale de l'agrégat est égale à la vitesse thermique électronique, on a ainsi $\mathcal{R} = 5.10^{-4}$. $\Gamma\delta^2 = 9,4.10^{-7}$ conduit à une déformation négligeable.

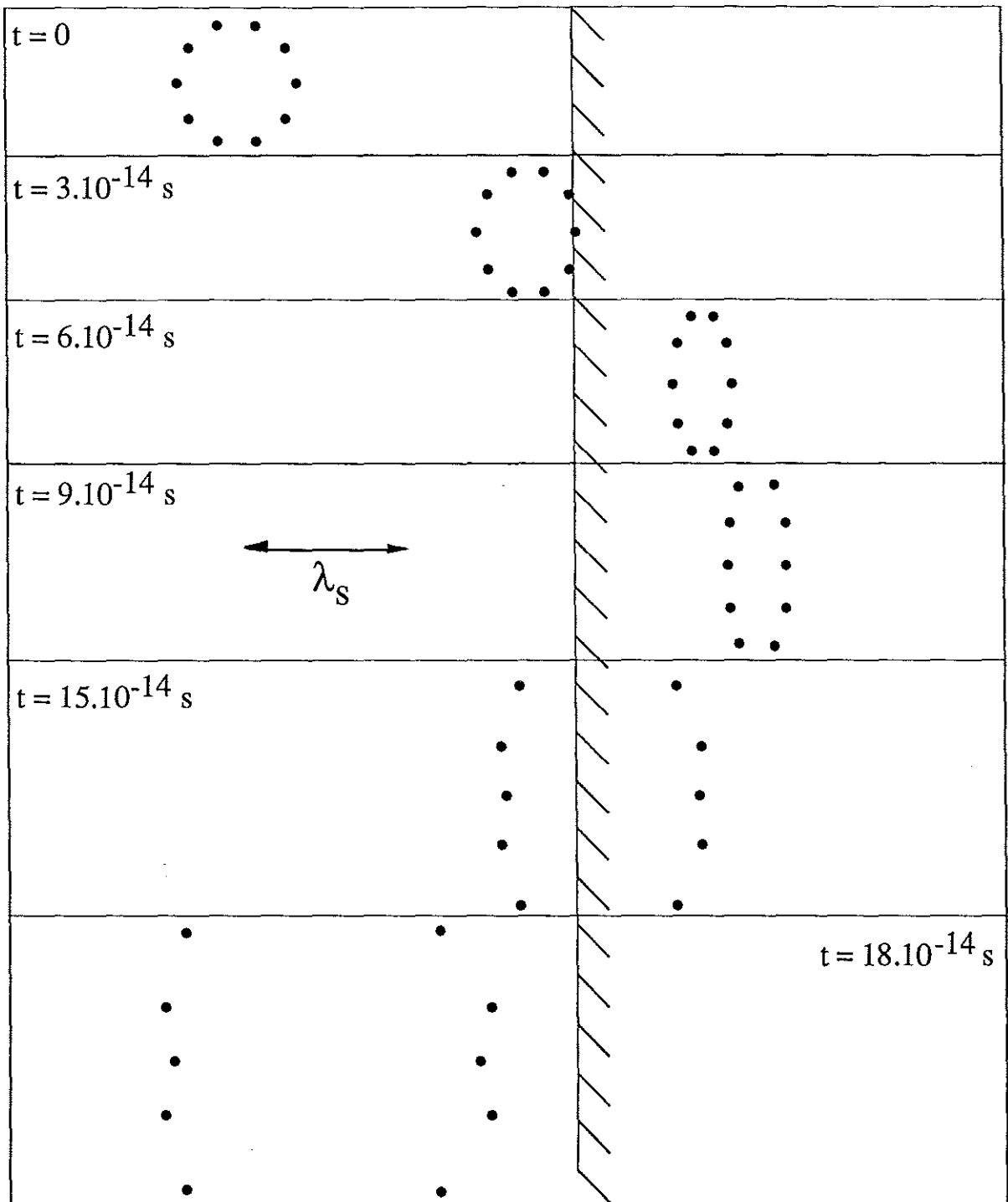


Figure 4.7: Exceptée la vitesse initiale de la couronne, tous les paramètres de la simulation sont identiques à ceux de la figure précédente. $V_0 = V_{th}/150$; on a $\mathcal{R} = 12$ et la couronne “rebondit” sur l’interface.

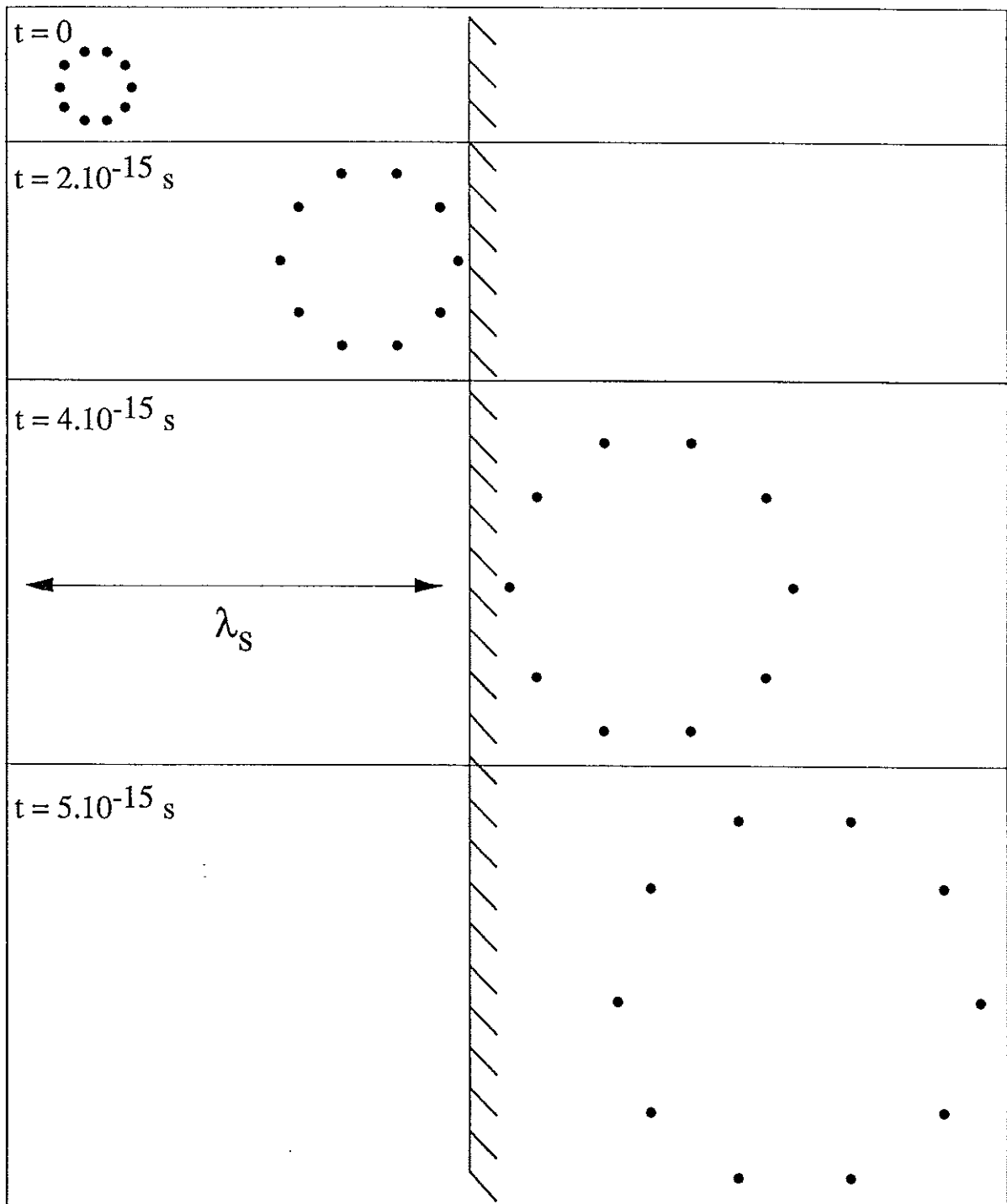


Figure 4.8: On a cette fois-ci, $V_0 = V_{th}/27$, $Z = 10$, et $R_0=1$ u.a. Les paramètres du plasma sont inchangés, ce qui donne $\delta = 14$. On a ainsi $\mathcal{R} = 0,4$ et $\Gamma\delta^2 = 8,23$ avec $\Gamma = 0,04$: la couronne grandit beaucoup sans se déformer.

Chapitre 5

Gaz d'électrons confinés dans un plan: constante diélectrique à température finie et pouvoir d'arrêt

Il est possible depuis quelques années d'obtenir expérimentalement des gaz d'électrons de densité variable confinés dans un plan. On rencontre souvent ce type de systèmes en micro-électronique [7]. La thermodynamique de ces systèmes a été tout d'abord étudiée par Fetter [57]. La constante diélectrique de ces gaz a été calculée dans les limites classiques et complètement dégénérées par Platzman et Tzoar [58] et Stern [59]. Ces gaz présentent des propriétés particulières comme celles d'avoir une fréquence plasma dépendant de k ou d'être classiques dès un degré Kelvin pour des densités usuelles. Nous avons dans ce chapitre effectué le calcul de la constante diélectrique de ce type de système dans l'Approximation de la Phase Aléatoire (APA) à température non nulle, faisant ainsi le lien entre les calculs précédents à haute et basse température. Nous avons ensuite utilisé cette constante pour calculer le pouvoir d'arrêt d'un tel gaz par le biais du formalisme diélectrique.

5.1 Constante APA en 2D à température finie

5.1.1 Gaz d'électrons confinés dans un plan

Cette section est destinée à l'exposé de certaines propriétés générales propres au confinement bi-dimensionnel.

Considérons N électrons confinés sur une surface S par un potentiel transverse [60]. La résolution de l'équation de Schrödinger montre qu'en négligeant l'interaction coulombienne entre les électrons, ceux-ci sont représentés par des ondes planes de la forme $\psi = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$. Le vecteur \vec{k} est quantifié par les conditions aux limites et à température nulle, les électrons remplissent dans l'espace des impulsions un disque de rayon P_F (par définition) divisé en cellules de surface $(2\pi\hbar)^2/S$ [62], de façon à minimiser l'énergie totale du système, $E = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_e}$. Le principe d'exclusion de Pauli autorisant la présence dans chaque cellule d'au plus deux électrons, on traduit mathématiquement l'équation

$$\text{“Nombre de cellules dans le disque} = N/2\text{”},$$

et il vient,

$$\frac{\pi P_F^2}{(2\pi\hbar)^2/S} = \frac{N}{2} \iff P_F = \hbar(2\pi N_e)^{1/2}.$$

La sphère de Fermi commune en 3D devient ainsi un disque de Fermi de rayon

$$P_F = \hbar(2\pi N_e)^{1/2},$$

N_e étant le densité surfacique des électrons. On définit,

$$k_F = \frac{P_F}{\hbar} = (2\pi N_e)^{1/2}. \quad (5.1)$$

L'énergie de Fermi E_F est donnée par,

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_e} = \frac{\pi N_e \hbar^2}{m_e}. \quad (5.2)$$

¹Supposant le gaz faiblement couplé, on écrit ici l'énergie totale en négligeant l'interaction coulombienne.

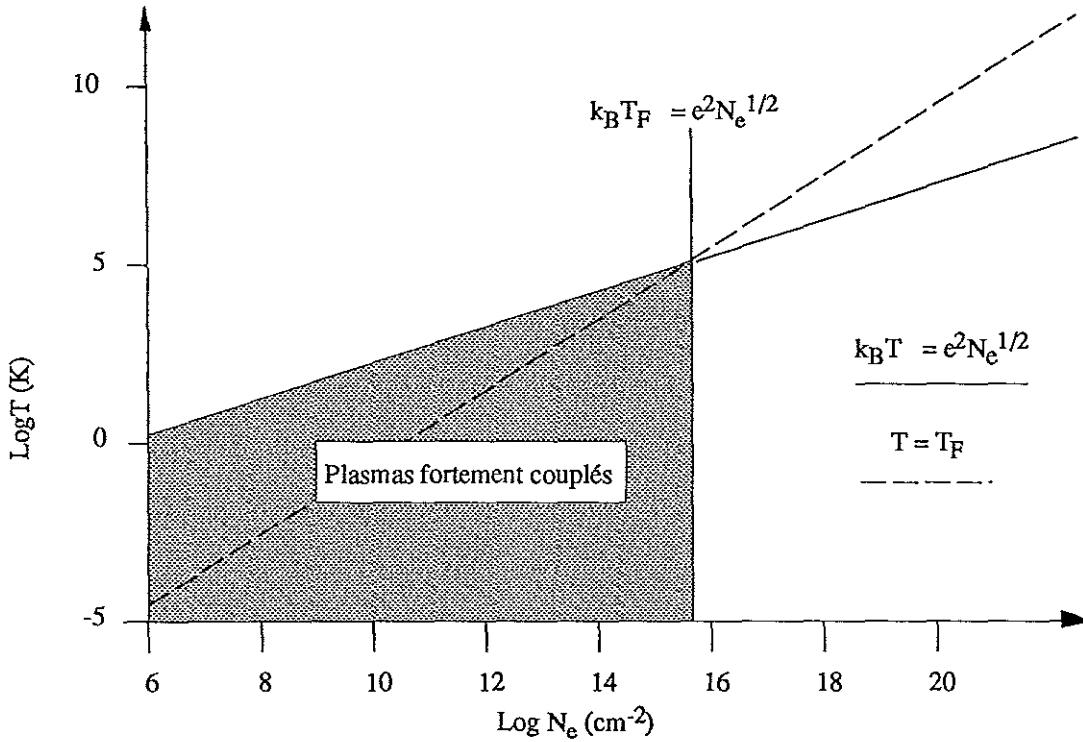


Figure 5.1: Domaine de validité de l'Approximation de la Phase Aléatoire (APA) pour un gaz d'électrons confinés dans un plan. Les limites de comportements relativistes n'ont pas été représentées; on a $k_B T = m_e c^2$ pour $T = 5,9 \cdot 10^9 \text{K}$ et $k_B T_F = m_e c^2$ pour $N_e = 2,10^{20} \text{cm}^{-2}$.

Comme dans le cas 3D, on obtient une relation entre la dégénérescence et la température en normalisant la statistique de Fermi-Dirac. Il suffit d'écrire que le nombre dN d'électrons contenus dans l'élément d'espace des phases $d^2 p S$ (S étant la surface renfermant les électrons) est égal à [62],

$$dN = 2 \frac{d^2 p S}{(2\pi\hbar)^2} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right)}, \quad (5.3)$$

où $\varepsilon = p^2/2m_e$ et μ est le potentiel chimique. On impose ensuite à la somme sur toutes les impulsions de cette quantité d'être égale à N , nombre total d'électrons supposés enfermés dans la surface S . Il vient alors

$$\frac{k_B T}{E_F} \int_0^\infty \frac{dx}{1 + \exp(x - \alpha^e)} = 1, \quad (5.4)$$

où $\alpha^e = \mu/k_B T$ représente le degré de dégénérescence. En posant $T_e = k_B T/E_F$ il vient:

$$T_e \ln[1 + \exp(\alpha^e)] = 1. \quad (5.5)$$

Les énergies significatives du problème sont l'énergie de Fermi E_F dans le domaine dégénéré, l'énergie thermique $k_B T$ dans le domaine classique et l'énergie électrostatique

$e^2 N_e^{1/2}$. Ces domaines sont représentés dans le plan (T, N_e) sur la figure (5.1) et sont délimités par les droites (T en Kelvin, N_e en cm^{-2}),

- $\log(T) = \frac{1}{2} \log(N_e) - 2,77 \iff e^2 N_e^{1/2} = k_B T,$
- $\log(T) = \log(N_e) - 10,55 \iff E_F = k_B T,$
- $N_e = 3,66 \cdot 10^{15} \iff E_F = e^2 N_e^{1/2}.$

On remarquera que dans le domaine des densités expérimentales (10^6 à 10^9 cm^{-2}), le gaz est classique à 1 Kelvin.

5.1.2 Potentiel et équation de Poisson dans un plan

Le gaz étant confiné sur un plan, les électrons sont représentés par une densité surfacique de charge. Le potentiel de Coulomb $V_C(r)$ est toujours² en $1/r$ mais nous aurons à utiliser sa transformée de Fourier bi-dimensionnelle $V_C^{2D}(k)$:

$$V_C^{2D}(k) = \frac{2\pi e^2}{k}. \quad (5.6)$$

Lors du calcul de la constante diélectrique et du pouvoir d'arrêt nous aurons besoin d'une équation reliant la densité de charge en un point au potentiel. C'est l'analogie de l'équation de Poisson (ou Maxwell-Gauss) usuelle en 3D. Nous établissons ici la relation liant les transformées de Fourier bi-dimensionnelle du potentiel et de la densité surfacique. Le potentiel créé au point \vec{x} d'un plan portant la densité surfacique de charge $\sigma(\vec{r})$ est donné par

$$V(\vec{x}) = \int \frac{\sigma(\vec{r}) d^2 r}{|\vec{r} - \vec{x}|}.$$

Nous pouvons effectuer la transformée de Fourier bi-dimensionnelle des deux membres de l'égalité et nous obtenons,

$$V(\vec{k}) = \int d^2 r d^2 x \frac{\sigma(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}}}{|\vec{r} - \vec{x}|} = \int d^2 r \sigma(\vec{r}) \int d^2 x \frac{e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}}}{|\vec{r} - \vec{x}|}.$$

On obtient alors,

$$\int d^2 x \frac{e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}}}{|\vec{r} - \vec{x}|} = 2\pi e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \int_0^\infty J_0(kx) dx = \frac{2\pi}{k} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}},$$

J_0 étant la fonction de Bessel d'ordre zéro. Il vient ainsi

$$V(\vec{k}) = \frac{2\pi}{k} \int d^2 r \sigma(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \frac{2\pi}{k} \sigma(\vec{k}),$$

d'où

$$V(\vec{k}) = \frac{2\pi}{k} \sigma(\vec{k}), \quad (5.7)$$

qui est l'équation cherchée.

²Nous considérons ainsi un plan plongé dans l'espace tri-dimensionnel et non des électrons d'un hypothétique espace bi-dimensionnel dans lequel le potentiel est en $\ln(r)$.

5.1.3 La constante diélectrique

La résolution de l'équation de Vlasov quantique linéarisée est formellement identique au cas 3D. La constante diélectrique est, quelle que soit la dimension, donnée par [25],

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 1 - V(k)\chi^\circ(\vec{k}, \omega), \quad (5.8)$$

avec,

$$\chi^\circ(\vec{k}, \omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0} 2 \sum_{\vec{q}} \frac{n^\circ(\vec{q} + \vec{k}) - n^\circ(\vec{q})}{\epsilon_{\vec{q}+\vec{k}}^\circ - \epsilon_{\vec{q}}^\circ - \hbar\omega - i\eta},$$

$n^\circ(\vec{q})$ étant la statistique de Fermi-Dirac et $\epsilon_{\vec{k}}^\circ = \hbar^2 k^2 / 2m_e$. Le résultat du calcul de cette quantité diffère selon que l'on considère un espace des impulsions à deux ou trois dimensions. Ainsi, dans le cas 3D on a $V(k) = 4\pi e^2 / k^2$ et on remplace la somme discrète $\sum_{\vec{q}}$ par $\int d^3 q / (2\pi)^3$ ce qui conduit à l'expression (1.20) de la réponse libre d'un gaz. Avec un espace des \vec{k} bi-dimensionnel, on remplace $V(k)$ par $2\pi e^2 / k$ et la somme $\sum_{\vec{q}}$ par $\int d^2 q / (2\pi)^2$. Il vient ainsi

$$\chi^\circ(\vec{k}, \omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0} 2 \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \frac{n^\circ(\vec{q} + \vec{k}) - n^\circ(\vec{q})}{\epsilon_{\vec{q}+\vec{k}}^\circ - \epsilon_{\vec{q}}^\circ - \hbar\omega - i\eta}, \quad (5.9)$$

Nous introduisons maintenant les changements de variables déjà effectués par Gouédard [30];

$$K = \frac{k}{k_F}, Q = \frac{q}{k_F}, \nu = \frac{\hbar\omega}{E_F}, \gamma = \frac{\mu}{E_F}, T_e = \frac{k_B T}{E_F}. \quad (5.10)$$

Avec ces nouvelles variables on obtient

$$n^\circ(\vec{q}) = n^\circ(\vec{Q}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{Q^2 - \gamma}{T_e}\right)}, \quad (5.11)$$

et

$$\chi^\circ(\vec{k}, \omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0} 2 \frac{k_F^2}{E_F} \int \frac{d^2 Q}{(2\pi)^2} \frac{n^\circ(\vec{Q} + \vec{K}) - n^\circ(\vec{Q})}{(\vec{Q} + \vec{K})^2 - Q^2 - \nu - i\eta}. \quad (5.12)$$

Le calcul s'effectue ici en séparant l'intégrale en deux parties correspondant aux deux termes du numérateur de l'intégrand. Il vient,

$$\chi^\circ(\vec{k}, \omega) = \frac{2k_F^2}{(2\pi)^2 E_F 2K} [f(p_-) - f(p_+)], \quad (5.13)$$

avec $p_{\pm} = \frac{\nu}{2K} \pm \frac{K}{2}$ et

$$f(x) = \lim_{\eta' \rightarrow 0} \int_0^\infty q n^\circ(q) dq \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{x - q \cos \theta + i\eta'},$$

où $\eta' = \eta / 2K$. Les détails des calculs figurent en appendice 5.A, on trouve pour la fonction f:

$$f(x) = 2\pi \frac{x}{|x|} \int_0^x \frac{q n^\circ(q) dq}{\sqrt{x^2 - q^2}} - 2i\pi \int_x^\infty \frac{q n^\circ(q) dq}{\sqrt{q^2 - x^2}} \quad (5.14)$$

La présence au dénominateur du terme $\sqrt{x^2 - q^2}$ provient de l'absence au numérateur de l'intégrant de $f(x)$ de l'élément différentiel $\sin\theta d\theta$. Cette différence aura par la suite une grande importance, notamment sur le pouvoir d'arrêt. On remarque à ce stade du calcul que $p_{\pm} = u \pm z$, u et z étant les variables habituelles du problème en 3D (voir Eq.1.17). Ainsi la constante 2D est encore fonction de u et z et l'on a,

$$\epsilon(z, u) = 1 - \frac{\chi^2}{4z^2} [f(u - z) - f(u + z)], \quad (5.15)$$

$$\chi^2 = \frac{1}{\pi k_F a_0}, \quad z = \frac{k}{2k_F}, \quad u = \frac{\omega}{kV_F},$$

a_0 désignant le rayon de Bohr.

5.1.4 Relation de dispersion

Nous allons résoudre de manière approchée pour $z \ll 1$ et $u \gg 1$ l'équation

$$\text{Re}[\epsilon(z_r, u_r)] = 0.$$

En effectuant un développement limité au premier ordre pour z et un développement asymptotique pour u il vient,

$$\text{Re}[f(u - z) - f(u + z)] = \frac{2\pi z}{u^2} \sum_{k=0}^{\infty} b_k F_k(\alpha^e) T_e^k \frac{(2k+1)}{u^{2k}},$$

où $F_k(\alpha^e)$ est la fonction de Fermi d'ordre k (Eq.1.22),

$$F_k(\alpha^e) = \int_0^{\infty} \frac{x^k dx}{1 + \exp(x - \alpha^e)}.$$

Les b_k sont les coefficients du développement en série entière de la fonction $(1-x)^{-1/2}$,

$$b_0 = 1, \quad b_1 = 1/2, \quad b_3 = 3/8 \dots$$

La relation de dispersion s'écrit alors,

$$z_r = \frac{\pi \chi^2}{2u_r^2} \left(1 + \frac{3}{2} T_e^2 \frac{F_1(\alpha^e)}{u_r^2} + \frac{15}{8} T_e^4 \frac{F_2(\alpha^e)}{u_r^4} + \dots \right), \quad (5.16)$$

où l'on a utilisé l'équation (5.5), $F_0(\alpha^e) T_e = 1$. On montre de plus [61] que comme dans le cas 3D, la courbe de résonance ne pénètre pas le continuum $z \approx u$. Si l'on se restreint au premier ordre de (5.16) on obtient,

$$\omega_p^2(k) = \frac{2\pi N_e e^2}{m_e} k, \quad (5.17)$$

la fréquence plasma en 2D est ainsi spatialement dispersive [57,58,61].

5.1.5 Limite à température nulle

Dans l'expression (5.14) de $f(x)$, la fonction $n^\circ(q)$ tend vers l'échelon valant 1 de zéro à 1 et zéro de 1 à l'infini. L'expression limite de f est ainsi:

$$f(x) = 2\pi \begin{cases} x - i\sqrt{x^2 - 1} & \text{si } |x| > 1, \\ x - \frac{x}{|x|}\sqrt{1 - x^2} & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.18)$$

ce qui correspond bien au résultat obtenu par Stern [59].

5.1.6 Limite classique

Lorsque T_e tend vers l'infini (ou que $\hbar \rightarrow 0$), (5.5) indique que $\exp(\alpha^\epsilon) \approx 1/T_e$. On a alors,

$$f(x) \approx \frac{2\pi \exp(-x^2/T_e)}{\sqrt{T_e}} \left\{ \Phi\left(x/\sqrt{T_e}\right) - i\frac{\sqrt{\pi}}{2} \right\}, \quad (5.19)$$

avec,

$$\Phi(u) = \int_0^u e^{t^2} dt.$$

Dans la suite du calcul vont intervenir deux variables réduites;

$$U = \frac{u}{T_e^{1/2}} = \frac{\omega}{k_B V_{th}}, \quad Z = \frac{z}{T_e^{1/2}} = \frac{k\lambda}{2}, \quad (5.20)$$

avec $\frac{1}{2}m_e V_{th}^2 = k_B T$ et $\lambda = \hbar/m_e V_{th}$, longueur de De Broglie des électrons du plasma classique. L'écriture de la constante diélectrique (5.15) à l'aide de ces variables donne,

$$\epsilon(Z, U) = 1 - \frac{\pi\chi^2}{2T_e^{3/2}} \frac{\exp(-U^2 - Z^2)}{Z^2} \varphi(U, Z) \quad (5.21)$$

avec

$$\varphi(Z, U) = e^{2UZ} \Phi(U - Z) - e^{-2UZ} \Phi(U + Z) - i\sqrt{\pi} \text{sh}(UZ).$$

Lorsque \hbar tend vers zéro, Z tend vers 0 à k fixé alors que U est inchangé et mesure le rapport de la vitesse de phase d'une perturbation du milieu à la vitesse thermique classique des électrons du plasma. On obtient pour expression limite de la constante diélectrique³,

$$\epsilon(z, U) = 1 + \frac{K}{z} \left(1 - 2Ue^{-U^2} \Phi(U) + i\frac{\sqrt{\pi}}{2} Ue^{-U^2} \right). \quad (5.22)$$

Avec donc,

$$z = \frac{k}{2k_F}, \quad U = \frac{\omega}{kV_{th}}, \quad K = \frac{\pi\chi^2}{2T_e} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{N_e^{1/2} e^2}{k_B T}.$$

On retrouve ainsi le résultat de Platzman et Tzoar [58]. Il faut en outre noter que la constante K mesure le couplage du gaz classique.

³La convergence de la fonction $\epsilon(Z, U)$ quand $\hbar \rightarrow 0$ est mathématiquement non-uniforme: quelle que soit la petitesse de \hbar , il existera toujours de grandes valeurs de k telles que $Z = k\lambda/2 \gg 1$. Du point de vue physique, cela signifie que des effets de diffraction quantique se produisent toujours lorsque $k > 2/\lambda$, et ceci même si le plasma est classique. La situation est similaire dans le problème 3D (Cf l'article cité en Ref.[3]). C'est pour cela que les calculs classiques de pouvoir d'arrêt divergent en 2D comme en 3D si l'on ne coupe pas les intégrales aux grands k .

5.1.7 Réponse linéaire statique

L'expression de $\epsilon(k, \omega = 0)$ sera utile pour étudier le freinage d'un projectile à faible vitesse. La fonction f définie en (5.14) étant de partie réelle impaire et de partie imaginaire paire, la réponse linéaire statique est purement réelle;

$$\epsilon(z, 0) = 1 + \frac{\pi\chi^2}{z^2} \int_0^z \frac{qn^o(q)}{(z^2 - q^2)^{1/2}} dq, \quad (5.23)$$

dont l'équivalent pour z voisin de 0 est donné par (voir appendice 5.B),

$$\epsilon(z \approx 0, 0) \approx 1 + \frac{\pi\chi^2}{z} \frac{1}{1 + \exp(-\alpha^e)}. \quad (5.24)$$

5.1.8 Règle de somme

Considérons N électrons sur une surface S ; on montre [28] que la fonction $\epsilon(k, \omega)$ d'un tel gaz d'électrons satisfait la relation,

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1/\epsilon - 1)\omega d\omega = i\pi \frac{V(k)}{S} \langle \psi^o | [[H, \rho_{-k}], \rho_k] | \psi^o \rangle, \quad (5.25)$$

avec

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_e} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(\vec{r}_i - \vec{r}_j),$$

où H est l'Hamiltonien du système, ρ_k la transformée de Fourier de l'opérateur densité et $|\psi^o\rangle$ la fonction d'onde du système non perturbé, la perturbation étant ici représentée par l'interaction coulombienne entre les électrons. On a toujours quelle que soit la dimension [28],

$$[[H, \rho_{-k}], \rho_k] = -\frac{Nk^2}{m_e}, \quad (5.26)$$

où N est le nombre d'électrons présents sur la surface S . Etant donné qu'en 2D la transformée de Fourier du potentiel coulombien est $V(k) = 2\pi e^2/k$, on a⁴

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1/\epsilon - 1)\omega d\omega = -i\pi \frac{2\pi e^2 N_e}{m_e} k, \quad (5.27)$$

où $N_e = N/S$, densité surfacique électronique. En introduisant la pulsation plasma,

$$\omega_p^2(k) = \frac{2\pi e^2 N_e}{m_e} k,$$

il vient,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (1/\epsilon - 1)\omega d\omega &= -i\pi\omega_p^2(k) \\ \iff \int_0^{\infty} \omega \operatorname{Im} \left(\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right) d\omega &= \frac{\pi}{2} \omega_p^2(k). \end{aligned} \quad (5.28)$$

En fonction des variables u et z , cette règle de somme s'écrit,

$$\int_0^{\infty} u \operatorname{Im} \left(\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right) d\omega = \frac{\pi^2 \chi^2}{4z}. \quad (5.29)$$

⁴L'introduction à ce niveau du calcul de la transformée de Fourier 3D du potentiel de Coulomb conduit à la règle de somme (1.28).

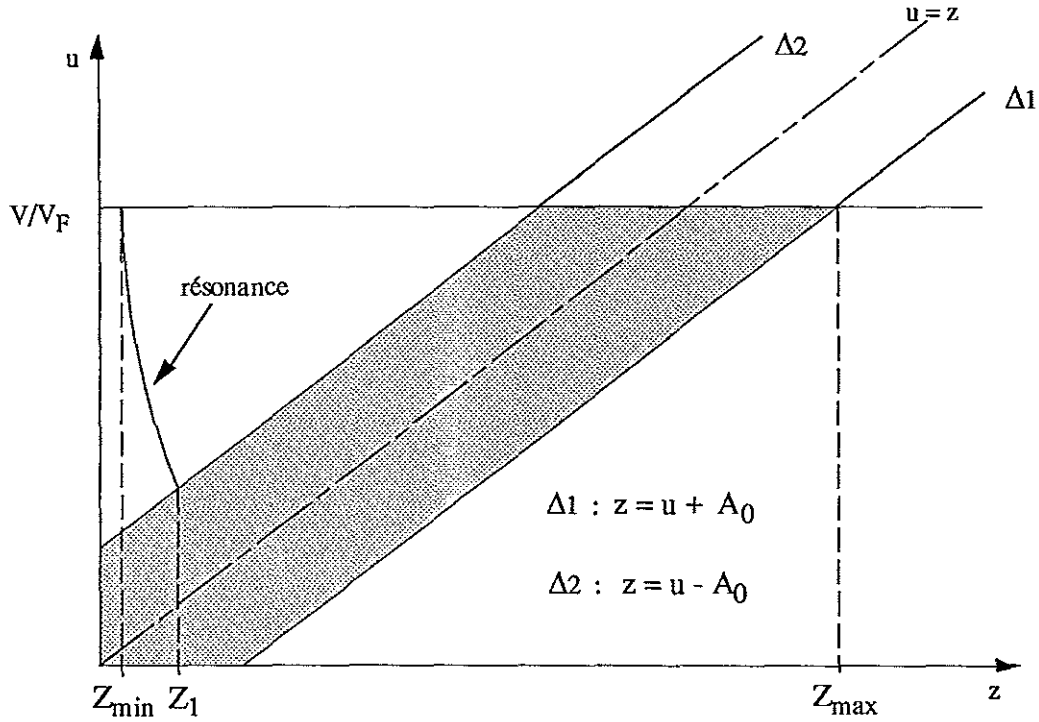


Figure 5.2: Domaine d'importance de la fonction $\text{Im}[1/\epsilon]$. On distingue peu de différences qualitatives avec le cas 3D. La quantité A_0 est comme dans le cas 3D définie par le rapport de la vitesse moyenne électronique à la vitesse de Fermi.

5.1.9 Etude analytique de $\text{Im}[1/\epsilon]$

Nous étudions ici le comportement analytique de la fonction $\text{Im}[1/\epsilon]$ afin de préparer l'étude du pouvoir d'arrêt. On trouvera représenté sur la figure (5.2) le "domaine d'importance" de la fonction ainsi que le domaine d'intégration (où u varie de 0 à V/V_F et z de 0 à l'infini) qui sera en jeu dans le calcul du pouvoir d'arrêt.

Comportement à température nulle

L'étude faite à température nulle nous permet de tracer dans le plan (z, u) les domaines où $\text{Im}[1/\epsilon]$ prend des valeurs significatives. Comme dans le cas 3D, $\text{Im}[1/\epsilon]$ prend des valeurs importantes dans deux régions distinctes du plan;

- sur la courbe de résonance $z_r \approx \pi\chi^2/2u_r^2$ où l'échange d'énergie est de l'ordre de $\hbar\omega = \hbar\omega_p$,
- dans la région $|z - u| < 1$ qui correspond aux collisions binaires avec un échange d'énergie $\hbar\omega \approx \hbar^2k^2/2m_e$.

Il faut noter que $\text{Im}[1/\epsilon]$ est rigoureusement nulle en dehors de ces deux zones à température nulle; sa nullité en dehors de la région $|z - u| < 1$ (exception faite de la résonance) doit être reliée à la nullité de la fonction de distribution de Fermi-Dirac au zéro absolu pour des vitesses supérieures à la vitesse de Fermi.

Comportement à température finie

Lorsque la température s'élève, les électrons du gaz s'échappent peu à peu de la surface de Fermi. La fonction $\text{Im}[1/\epsilon]$ n'est donc plus nulle en dehors de la zone $|z - u| < 1$ mais est en fait étendue à tout le plan (z, u) . On peut néanmoins, comme dans le cas 3D, estimer qu'en ce qui concerne les collisions binaires, les valeurs importantes de la fonction $\text{Im}[1/\epsilon]$ sont comprises dans la bande $|z - u| < V_{th}/V_F$. En effet, la fonction de distribution des électrons décroît exponentiellement au-delà de la vitesse thermique, de sorte que l'on peut en bonne approximation considérer que les électrons sont dans le cas classique contenus dans une pseudo-surface de Fermi dont le rayon est V_{th} . Mathématiquement, ce phénomène se traduit par la quasi-nullité de la partie imaginaire de la fonction $f(x)$ définie en (5.14) dès que x dépasse V_{th}/V_F ; en effet, on peut écrire dans le cas classique (Eq.5.19),

$$\text{Im}[f(x)] \approx -\frac{\pi^{3/2}}{T_e^{1/2}} \exp(-x^2/T_{1/2}),$$

qui s'annule très vite dès que x est supérieur à $T_e^{1/2}$. Or $T_e^{1/2} = V_{th}/V_F$ si le gaz est classique. Nous conviendrons donc, comme dans le cas 3D, de poser [30]

$$\frac{V_{th}}{V_F} = A_0(T_e). \quad (5.30)$$

Enfin, en relation avec le domaine d'intégration mis en jeu dans le pouvoir d'arrêt, nous définirons trois valeurs particulières de z (voir Fig.5.2) notées Z_{min} , Z_1 et Z_{max} :

- Z_{min} est la valeur de z de la courbe de résonance pour $u = V/V_F$,
- Z_1 est la valeur de z de la courbe de résonance pour $u \approx A_0(T_e)$,
- Z_{max} est la plus grande valeur de z de l'intersection du domaine d'importance de $\text{Im}[1/\epsilon]$ avec le domaine d'intégration concernant le pouvoir d'arrêt ,

$$Z_{max} = V/V_F + A_0(T_e). \quad (5.31)$$

Approximation plasmon-pôle

Nous pouvons construire très facilement une approximation de $\text{Im}[1/\epsilon]$ sur le modèle connu de l'approximation plasmon-pôle en 3D (voir Eq.1.30). Il suffit pour cela de concentrer toute l'intensité de cette fonction sur la courbe de résonance pour $z < Z_1$ puis sur la droite $z = u$ lorsque $z > Z_1$ tout en assurant le respect de la règle de somme (5.28) par un facteur approprié. Nous obtenons ainsi en fonction des variables u et z ,

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \approx \frac{\pi^2 \chi^2}{4zu} \left\{ Y(Z_1 - z) \delta \left(z - \frac{\pi \chi^2}{2u^2} \right) + Y(z - Z_1) \delta(z - u) \right\}, \quad (5.32)$$

où δ représente la distribution de Dirac et Y la fonction de Heaviside.

5.2 Pouvoir d'arrêt

Le projectile est supposé pénétrer avec une vitesse \vec{V} dans le plan contenant les électrons, et y rester lui aussi confiné: le puit de potentiel qui piège les électrons sera aussi un puit pour un ion négatif. En revanche, un ion positif sera éjecté du plan par ce même potentiel. Nous supposons donc dans la suite que les charges incidentes sont négatives. Tous les résultats relatifs au pouvoir d'arrêt dépendant du carré de la charge (dans le formalisme linéaire), cette hypothèse n'affecte en rien les calculs à venir.

5.2.1 Calcul du pouvoir d'arrêt

Le projectile est décrit par sa densité de charge qui, dans son référentiel, est donnée par $\sigma(\vec{r})$. La perturbation de densité subie par le milieu s'écrit à l'approximation de la trajectoire rectiligne, $\sigma(\vec{r} - \vec{V}t)$.

Le milieu étudié étant chargé en surface et non plus en volume, l'équation de Poisson telle qu'elle est connue en 3D cesse d'être valable et doit être remplacée par l'équation (5.7),

$$V(\vec{k}) = \frac{2\pi}{k} \sigma(\vec{k}). \quad (5.33)$$

Il s'en suit que sous l'effet de la perturbation, la composante de Fourier du champ créée dans le plan est donnée ici par

$$\vec{E}(\vec{k}, \omega) = -2i\pi \frac{\vec{k} \sigma(\vec{k}) \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{V})}{k \epsilon(k, \omega)}. \quad (5.34)$$

En conduisant les calculs comme dans le cas 3D [31], on parvient à la perte d'énergie par unité de longueur [63],

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2\pi V} \int d^2k \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}}{k} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{V})} \right] |\sigma(\vec{k})|^2. \quad (5.35)$$

Supposant le projectile à symétrie sphérique on a $\sigma(\vec{k}) = \sigma(k)$ et

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2\pi V} \int_0^\infty dk |\sigma(k)|^2 \int_0^{kV} \frac{\omega d\omega}{\sqrt{k^2 V^2 - \omega^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right]. \quad (5.36)$$

En considérant tout d'abord une charge ponctuelle Ze on a finalement,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2Z^2 e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} \frac{\omega d\omega}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{k^2 V^2}}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right]. \quad (5.37)$$

L'expression est identique au cas 3D (Eq.1.15) au facteur $(1 - \omega^2/k^2 V^2)^{-1/2}$ près. Ce terme prend d'autant plus d'importance que ω/k est proche de V . On observe ainsi une accentuation du freinage du projectile par les excitations ayant une vitesse de phase proche de la sienne. En ce qui concerne le freinage par les excitations collectives qui prennent au projectile une énergie de l'ordre de $\hbar\omega_p(k)$, il sera moins important

puisque'il intervient aux petits k où la fréquence plasma varie en \sqrt{k} . En fonction des variables z et u habituelles, le pouvoir d'arrêt s'écrit:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^4}{\pi m_e V^2} k_F^3 L = \frac{4}{3\pi} (Ze)^2 \frac{\omega_p^2(k_F)}{V^2} L,$$

$$L = \frac{6}{\pi \chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} \frac{u du}{\sqrt{1 - u^2 V_F^2/V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right]. \quad (5.38)$$

5.2.2 Limite haute vitesse

Nous allons ici étudier le cas $V/V_F \gg 1$.

Etude analytique

Avec l'approximation plasmon-pôle (5.32) nous écrirons dans (5.38),

- pour $z < Z_1$:

$$\int_0^{V/V_F} \frac{u du}{\sqrt{1 - u^2 V_F^2/V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \approx \frac{\pi^2 \chi^2}{4z} \frac{1}{(1 - u_r^2(z) V_F^2/V^2)^{1/2}}, \quad (5.39)$$

- pour $z > Z_1$:

$$\int_0^{V/V_F} \frac{u du}{\sqrt{1 - u^2 V_F^2/V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] \approx \frac{\pi^2 \chi^2}{4z} \frac{1}{(1 - z^2 V_F^2/V^2)^{1/2}}, \quad (5.40)$$

avec $Z_1 \approx \pi \chi^2 / 2 A_0^2$.

Nous obtenons une estimation du freinage résonant et du freinage binaire avec $L = L_{bin} + L_r$ où

$$L_{bin} = \frac{3\pi}{2} \int_{Z_1}^{V/V_F} \frac{dz}{(1 - z^2 V_F^2/V^2)^{1/2}} \approx \frac{3\pi^2}{4} \left(\frac{V}{V_F} - \frac{\chi^2}{A_0^2} \right), \quad (5.41)$$

$$L_r = \frac{3\pi}{2} \int_{Z_{min}}^{Z_1} \frac{dz}{(1 - u_r^2(z) V_F^2/V^2)^{1/2}}, \quad (5.42)$$

$u_r^2 = \pi \chi^2 / 2z$, $Z_{min} \approx \pi \chi^2 V_F^2 / 2V^2$. L'expression de L_r peut être réécrite de la manière suivante:

$$L_r = \frac{3\pi^2 \chi^2}{4} \frac{\chi^2}{A_0^2} K(V/V_F), \quad (5.43)$$

avec,

$$K(x) = \frac{1}{x^2} \int_1^{x^2} \sqrt{\frac{t}{t-1}} dt. \quad (5.44)$$

Finalement on obtient l'expression asymptotique du nombre d'arrêt,

$$L = \frac{3\pi^2}{4} \left\{ \frac{V}{V_F} + \frac{\chi^2}{A_0^2} [K(V/V_F) - 1] \right\},$$

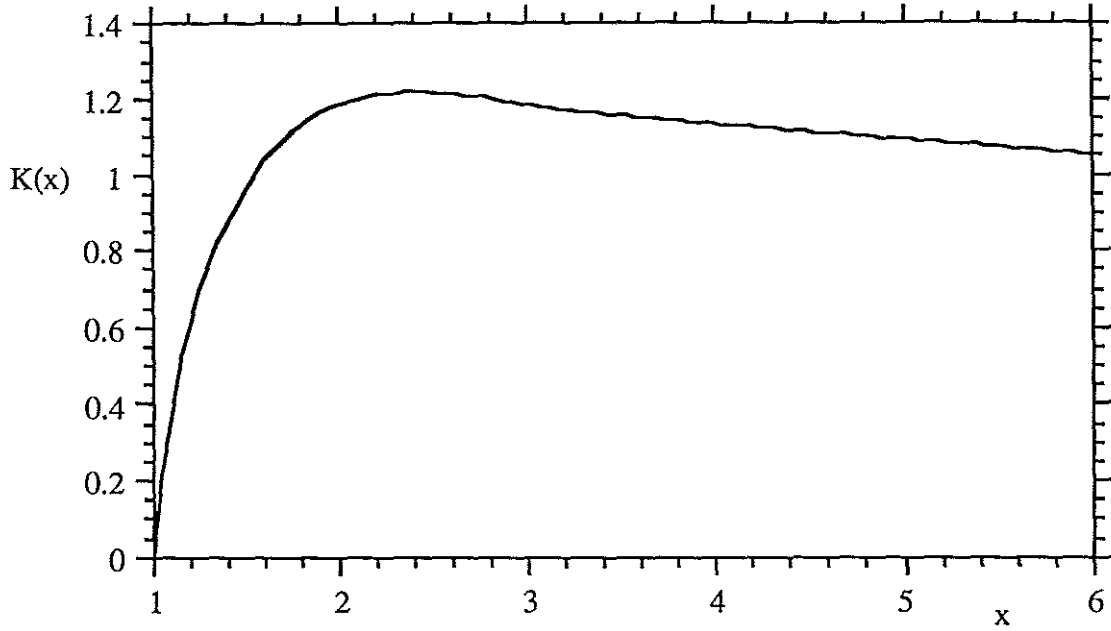


Figure 5.3: Courbe représentative de la fonction $K(x)$. Elle atteint un maximum pour $x = 1,8$.

dont le terme dominant à haute vitesse est donné par,

$$L = \frac{3\pi^2}{4} \left(\frac{V}{V_F} \right) + O(1). \quad (5.45)$$

Cette expression possède plusieurs propriétés différentes du cas 3D. On trouvera sur la figure (5.3) la courbe représentative de la fonction K . Celle-ci tend vers 1 en l'infini et atteint un maxima pour $V/V_F \approx 1,8$. Ainsi le freinage résonant reste limité et atteint un maximum d'efficacité pour une vitesse égale à 1,8 fois la vitesse de Fermi. Enfin, étant proportionnel à χ^2/A_0^2 , il devient négligeable dans les plasmas APA qui nous intéressent; on vérifie en effet aisément que cette quantité mesure le couplage du gaz à toute température, on a donc dans toute notre étude $\chi^2/A_0^2 \ll 1$. Le terme dominant du nombre d'arrêt résulte ainsi des collisions binaires aux grands z et est proportionnel à la vitesse. La conséquence la plus importante de cet effet est que le terme dominant du pouvoir d'arrêt à haute vitesse s'écrit,

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi^2 \frac{Z^2 e^4 N_e}{\hbar V} + O(1/V^2). \quad (5.46)$$

A titre de comparaison, nous rappelons ici le terme dominant dans le cas 3D,

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{3D} = 4\pi \frac{Z^2 e^4 N_e}{m_e V^2} \ln \left(\frac{2m_e V^2}{\hbar \omega_p} \right) + O(1/V^4).$$

On constate que (5.46) ne dépend plus de la masse m_e des électrons du plasma. La dépendance en masse se trouve rejetée dans le terme du deuxième ordre, proportionnel à χ^2/A_0^2 . Enfin, comme dans le cas 3D, le terme dominant ne dépend pas

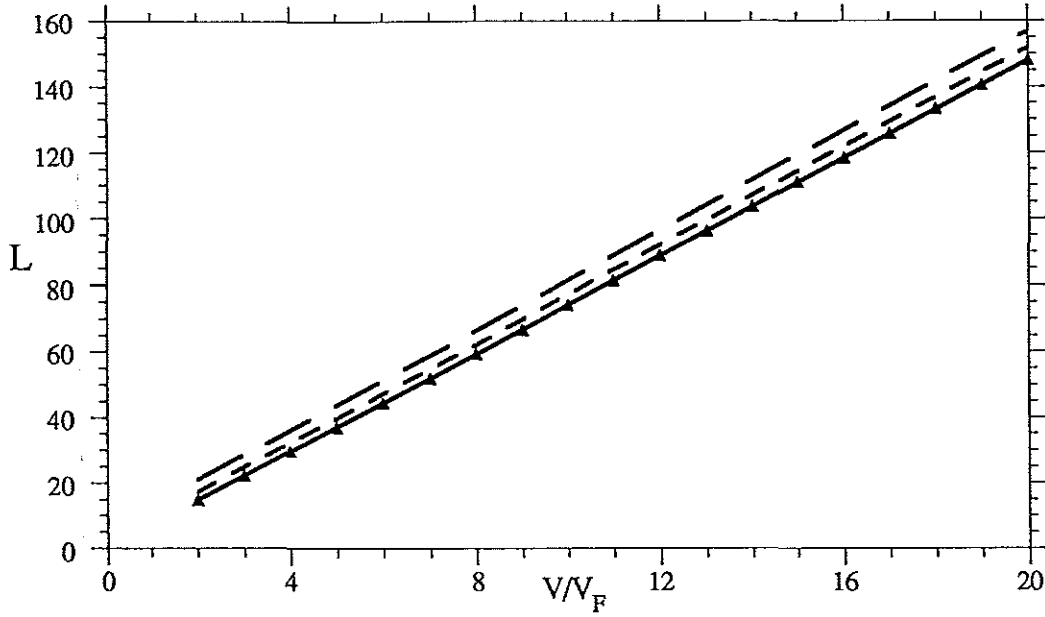


Figure 5.4: Comparaison entre la formule asymptotique du nombre d'arrêt (triangles noirs) et son calcul numérique à $T = 0$ en utilisant la constante de Stern avec: $\chi^2 = 0$, 1 ligne continue, $\chi^2 = 0,5$ en pointillés courts et $\chi^2 = 0,5$ en pointillés longs.

de la température du gaz. La correction due à la température n'apparaît que dans les termes suivants du développement du pouvoir d'arrêt dont (5.46) reste le terme dominant.

Nous avons testé numériquement la valeur (5.45) du nombre d'arrêt en utilisant l'expression de la constante diélectrique à température nulle [59]. Puisque c'est l'absence de χ^2 dans le terme dominant du pouvoir d'arrêt qui entraîne l'indépendance du pouvoir d'arrêt vis-à-vis de la masse des électrons du gaz, nous avons testé numériquement cet effet. On trouvera sur la figure (5.4) une comparaison de la formule (5.45) avec le calcul numérique de l'expression (5.38) pour des valeurs de χ^2 variant de 1 à 10^{-2} . On constate une faible variation du calcul numérique lorsque χ^2 varie. Ces calculs confirment la forme asymptotique du nombre d'arrêt que nous avons trouvé puisque une variation de χ^2 laisse inchangée la pente des différentes courbes.

On peut se convaincre de la pertinence de l'expression (5.46) en calculant grossièrement le pouvoir d'arrêt par une méthode semi-classique [64,65]. Considérons un ion de charge Ze et de vitesse V en collision de paramètre d'impact b , avec un électron que la vitesse élevée de l'ion permet de supposer immobile. L'ion est soumis pendant un temps de l'ordre de b/V à une force de l'ordre de Ze^2/b^2 . On a donc un transfert d'impulsion,

$$\Delta p \approx \frac{Ze^2 b}{b^2 V}, \quad (5.47)$$

et donc un transfert d'énergie,

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e} \approx \frac{Z^2 e^4}{2m_e V^2} \frac{1}{b^2}. \quad (5.48)$$

Pour obtenir la perte d'énergie de l'ion incident dans un gaz 3D, on écrit [64] que sur un chemin de longueur dx , l'ion rencontre $2\pi b db dx N_e$ électrons (N_e étant alors une densité volumique) avec un paramètre d'impact b et on intègre ensuite sur tous les paramètres d'impact. On obtient alors⁵,

$$\frac{dE}{dx} \approx 2\pi \frac{Z^2 e^4 N_e}{m_e V^2} \ln \left(\frac{b_{min}}{b_{max}} \right).$$

On retrouve alors qualitativement le terme dominant du pouvoir d'arrêt en prenant $b_{min} = \hbar/2m_e V$ et $b_{max} = \omega_p/V$.

Lorsque les électrons sont répartis dans un plan, ils ne sont plus que $2db dx N_e$ par unité de longueur et à paramètre d'impact b . L'intégration de $\Delta E(b)$ peut alors se faire de b_{min} à l'infini et il vient,

$$\frac{dE}{dx} \approx \frac{Z^2 e^4 N_e}{2m_e V^2} \frac{1}{b_{min}}.$$

Ici encore, avec $b_{min} = \hbar/2m_e V$ [64], on retrouve l'expression (5.46) à un facteur multiplicatif près.

5.2.3 Faible vitesse

Nous étudions ici le cas où la vitesse du projectile est faible devant la vitesse moyenne des électrons du plasma. Si nous écrivons à partir de (5.15)

$$\epsilon(z, u) = 1 - \frac{\chi^2}{4z^2} [f_1(z, u) + i f_2(z, u)], \quad (5.49)$$

nous obtenons pour $\text{Im}[1/\epsilon]$,

$$\text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right] = \frac{-4z^2 \chi^2 f_2(z, u)}{\{4z^2 - \chi^2 f_1(z, u)\}^2 - \{\chi^2 f_2(z, u)\}^2}. \quad (5.50)$$

Avec

$$\begin{aligned} f_1(z, u) &= 2\pi D_- \int_0^{u-z} \frac{kn^o(k)dk}{\sqrt{(u-z)^2 - k^2}} - 2\pi D_+ \int_0^{u+z} \frac{kn^o(k)dk}{\sqrt{(u+z)^2 - k^2}}, \\ f_2(z, u) &= 2\pi \int_{u-z}^\infty \frac{kn^o(k)dk}{\sqrt{k^2 - (u-z)^2}} - 2\pi \int_{u+z}^\infty \frac{kn^o(k)dk}{\sqrt{k^2 - (u+z)^2}}, \end{aligned} \quad (5.51)$$

où l'on note,

$$D_\pm = \frac{|z \pm u|}{z \pm u}.$$

⁵On peut retrouver le résultat exact en prenant $\sqrt{2}b/V$ pour le temps de collisions.

Lorsque $V/V_F \ll 1$, on pose dans (5.50),

$$f_1(z, u) \approx f_1(z, 0) \quad \text{et} \quad f_2(z, u) \approx u \left(\frac{\partial f_2}{\partial u} \right)_{u=0}.$$

De plus nous utilisons $f_2(z, 0) = 0$ pour simplifier le dénominateur. On trouve alors pour expression de L ,

$$L = \frac{3}{8} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^\infty \frac{-z \left(\frac{\partial f_2}{\partial u} \right)_{u=0} dz}{[z - \chi^2 f_1(z, 0)/4z]^2}. \quad (5.52)$$

Ainsi, le nombre d'arrêt étant proportionnel au cube de la vitesse, on retrouve un pouvoir d'arrêt proportionnel à la vitesse. Il nous faut encore remarquer que le terme $z - \chi^2 f_1(z, 0)/4z$ au dénominateur représente l'écrantage statique; nous montrons en appendice 5.B la relation,

$$z - \chi^2 f_1(z, 0)/4z \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{k}{2k_F} + \frac{\pi \chi^2}{1 + \exp(-\alpha^e)}. \quad (5.53)$$

Or,

- à haute température, on parvient en utilisant l'équation (5.5) à,

$$\frac{\pi \chi^2}{1 + \exp(-\alpha^e)} \approx \frac{k_D}{2k_F},$$

k_D étant l'inverse de la distance de Debye 2D [57],

$$k_D = \frac{2\pi N_e e^2}{k_B T}. \quad (5.54)$$

- A basse température,

$$\frac{\pi \chi^2}{1 + \exp(-\alpha^e)} \approx \frac{a_0^{-1}}{k_F}.$$

a_0 étant le rayon de Bohr et la longueur d'écran statique dans le jellium 2D [61].

Cas classique, $T_e \gg 1$

Lorsque $T_e \gg 1$ on peut écrire,

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial u} \right)_{u=0} \approx -4\pi^{3/2} \frac{z \exp(-z^2/T_e)}{T_e^{3/2}}.$$

Le nombre d'arrêt (5.52) se simplifie alors en,

$$L = \frac{3\pi^{3/2}}{2T_e} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u^2} du}{\left[u - \frac{\chi^2 f_1(u\sqrt{T_e}, 0)}{4uT_e} \right]^2}. \quad (5.55)$$

Il nous reste à faire une approximation qui, comme dans le cas 3D [3], donne de très bons résultats: effectuer dans cette quadrature la substitution,

$$-\frac{\chi^2 f_1(u\sqrt{T_e}, 0)}{4u\sqrt{T_e}} \Rightarrow \lim_{u \rightarrow 0} -\frac{\chi^2 f_1(u\sqrt{T_e}, 0)}{4u\sqrt{T_e}} = \frac{k_D}{2k_F}.$$

On obtient ainsi en posant $A = k_D/2k_F\sqrt{T_e}$,

$$L = \frac{3\pi^{3/2}}{2T_e} \left(\frac{V}{V_F}\right)^3 \Phi(A),$$

avec

$$\Phi(A) = \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u^2} du}{(u+A)^2}.$$

Nous avons tracé la courbe représentative de la fonction $\Phi(A)$ sur la figure (5.5) pour des valeurs de A variant de 0 à 1. C'est en effet dans cet intervalle que peut se trouver A dans notre étude, il suffit pour s'en rendre compte de constater que

$$A = \frac{k_D}{2k_F T_e^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\pi N_e^{1/2} e^2}{T_e k_B T}},$$

qui montre que A est le produit d'une quantité mesurant le couplage du gaz classique (donc très petite devant 1 dans notre étude) par l'inverse de $T_e^{1/2}$. On aura donc $A \ll 1$. Cette constatation permet d'évaluer $\Phi(A)$ par $\Phi(A) \approx \Phi(0) = \sqrt{\pi}/2$, d'où

$$L_{T_e \gg 1} \approx \frac{3\pi^2}{4T_e} \left(\frac{V}{V_F}\right)^3. \quad (5.56)$$

Cas dégénéré, $T = 0$

A température nulle,

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)_{u=0} = \begin{cases} \frac{-2\pi z}{\sqrt{1-z^2}} & \text{si } |z| < |1| \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'expression (5.52) se réduit alors à,

$$L_{T=0} = \frac{3\pi}{4} \left(\frac{V}{V_F}\right)^3 G(\chi^2),$$

avec,

$$G(\chi^2) = \int_0^1 \frac{z^2 dz}{\sqrt{1-z^2} [z - \chi^2 f_1(z, 0)/4z]^2}. \quad (5.57)$$

Nous avons tracé la fonction $G(\chi^2)$ sur la figure (5.5) pour des valeurs de χ^2 variant de 0 à 1. On notera que dans le cadre de notre étude (plasmas APA donc $\chi^2 \ll 1$), on peut estimer G par $G(0) = \pi/2$. On parvient ainsi à,

$$L_{T=0} \approx \frac{3\pi^2}{8} \left(\frac{V}{V_F}\right)^3. \quad (5.58)$$

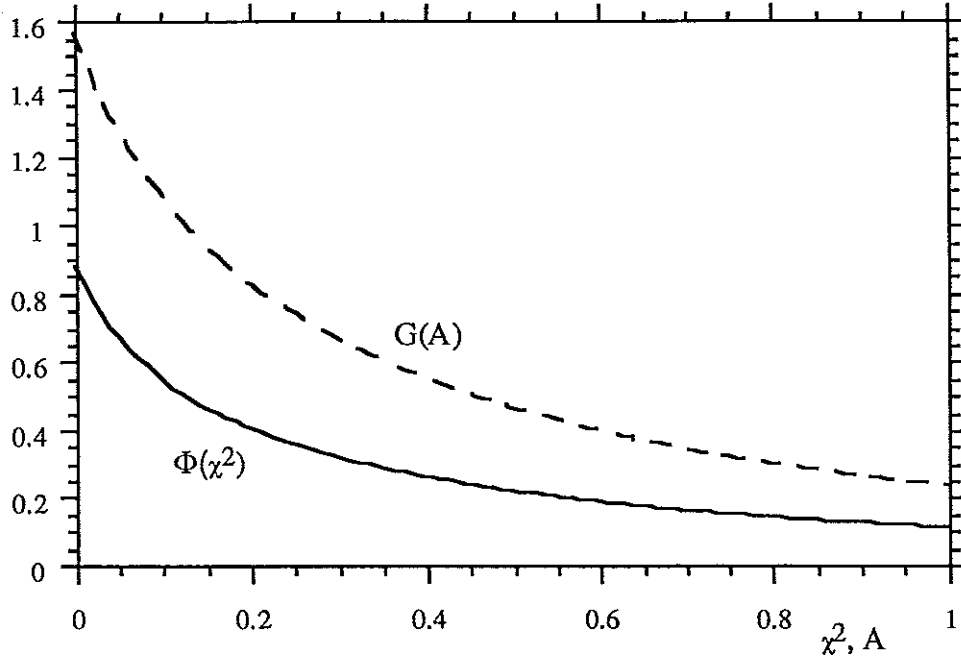


Figure 5.5: Courbes représentatives des fonctions $\Phi(\chi^2)$, en trait plein, et $G(A)$, en trait pointillé.

5.2.4 Quelques ordres de grandeur

Nous allons maintenant effectuer certaines applications numériques afin de donner un ordre de grandeur des principales quantités calculées dans cette partie.

L'énergie cinétique moyenne d'un électron du gaz est donnée par,

- $k_B T$ dans le cas classique
- E_F (eV) = $2,4 \cdot 10^{-15} N_e$ (cm⁻²) lorsque le gaz est dégénéré.

Le pouvoir d'arrêt dans le regime haute vitesse vaut,

$$-\frac{dE}{dx} \text{ (eV/cm)} = 3,47 \cdot 10^8 \frac{Z^2 N_e M^{1/2}}{E^{1/2}},$$

avec N_e en (cm⁻²), M (masse de l'ion) en (g) et E , l'énergie de l'ion en (eV).

Le terme dominant de la distance d'arrêt D à haute énergie peut être évalué par,

$$D = \int_{E_i}^0 \frac{dE}{(dE/dx)},$$

E_i étant l'énergie initiale de l'ion. On parvient alors à,

$$D(\text{cm}) = 1,88 \cdot 10^{-9} \frac{E_i^{3/2}}{Z^2 N_e M^{1/2}},$$

avec N_e en (cm⁻²), M (masse de l'ion) en (g) et E_i , l'énergie initiale de l'ion en (eV).

Considérons un électron d'énergie initiale $E_i = 1$ keV pénétrant le plan des électrons avec $N_e = 10^8$ cm⁻², on trouve

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{E=E_i} \approx 32 \text{ eV/cm},$$

et

$$D \approx 20 \text{ cm}.$$

5.3 Freinage du di-cluster orienté aléatoirement

Nous allons ici étudier les effets de corrélation sur le freinage du di-cluster orienté aléatoirement. Le pouvoir d'arrêt étant proportionnel au carré de la charge, les problèmes de "voisinage" vont se poser de la même manière que dans le cas 3D (voir chapitre 1). Le di-cluster est supposé formé de deux ions de charges Z_1e et Z_2e , distants de \vec{R} , et arrivant tous deux dans le plan de confinement des électrons à la vitesse \vec{V} . Comme précédemment (voir la discussion p. 113), ces deux ions doivent être négatifs pour être eux aussi confinés par le potentiel qui piège les électrons.

5.3.1 Expression du freinage

L'expression du freinage s'obtient rapidement à partir de l'équation (5.36) en écrivant,

$$\sigma(\vec{k}) = Z_1e + Z_2e \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}). \quad (5.59)$$

Il vient ensuite pour le pouvoir d'arrêt,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} \frac{\omega d\omega}{\sqrt{1 - \omega^2/k^2V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right] [Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2 \cos(\vec{k} \cdot \vec{R})]. \quad (5.60)$$

La moyenne sur l'orientation de \vec{R} s'effectue en remplaçant le $\cos(\vec{k} \cdot \vec{R})$ par sa moyenne angulaire⁶

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(kR \cos \theta) d\theta = J_0(kR), \quad (5.61)$$

J_0 étant la fonction de Bessel d'ordre zéro. On obtient,

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{punct}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{cor}}$$

avec,

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{punct}} = (Z_1^2 + Z_2^2) \frac{2e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^{kV} \frac{\omega d\omega}{\sqrt{1 - \omega^2/k^2V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right], \quad (5.62)$$

et,

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{cor}} = 2Z_1Z_2 \frac{2e^2}{\pi V^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_0(kR) \int_0^{kV} \frac{\omega d\omega}{\sqrt{1 - \omega^2/k^2V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(k, \omega)} \right]. \quad (5.63)$$

On retrouve ainsi une structure similaire au cas 3D à ceci près que le $\sin(kR)/kR$ dans le terme de corrélation est remplacé par une fonction de Bessel. On peut écrire le nombre d'arrêt en fonction des variables (z, u) et il vient,

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4e^4}{3\pi m_e V^2} k_F^3 \left\{ (Z_1^2 + Z_2^2) L_p + 2Z_1Z_2 L_c \right\} \quad (5.64)$$

⁶Au sujet de cette manière de faire la moyenne, voir la note en page 46.

où,

$$L_c = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z J_0(2k_F R z) dz \int_0^{V/V_F} \frac{u du}{\sqrt{1 - u^2 V_F^2/V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right], \quad (5.65)$$

L_p étant donné par l'équation (5.38),

$$L_p = \frac{6}{\pi\chi^2} \int_0^\infty z dz \int_0^{V/V_F} \frac{u du}{\sqrt{1 - u^2 V_F^2/V^2}} \text{Im} \left[\frac{-1}{\epsilon(z, u)} \right].$$

5.3.2 Détermination des distances critiques

Les équations (5.64) et (5.65) montrent clairement que l'on retrouve pour $R = 0$ le freinage de la charge ponctuelle $Z_1 + Z_2$ tandis que lorsque R devient grand les interférences disparaissent entre les deux charges. Nous allons déterminer les distances critiques de comportement ponctuel et de séparation en suivant le raisonnement utilisé dans le cas 3D ; nous utiliserons les informations données par l'étude de la constante diélectrique.

Distance de coagulation

En observant le comportement de $\text{Im}[1/\epsilon]$ dans le plan (z, u) (voir Fig.5.2) il apparaît qu'il existe un Z_{max} au delà duquel cette fonction est presque nulle. Si nous avons $2k_F R Z_{max} \ll 1$, nous pouvons remplacer la fonction de Bessel par 1 dans (5.65) et le terme de corrélation devient égal au terme ponctuel; le di-cluster est coagulé. L'expression de Z_{max} est donnée par $Z_{max} = A_0(T_e) + V/V_F$ et conduit à la même expression qu'en 3D (voir Eq.1.35) de la distance de coagulation R_c :

$$R_c = \frac{1}{2k_F \{V/V_F + A_0(T_e)\}}. \quad (5.66)$$

Avec toujours $A_0(T_e) = V_e/V_F$, V_e étant la vitesse moyenne des électrons du plasma. Le raisonnement est ainsi semblable en tous points à celui du cas 3D; on montre ainsi pareillement que cette distance critique de comportement ponctuelle est aussi valable pour une distribution de charge quelconque dont les dimensions sont inférieures à R_c .

Distance de séparation

Ici encore, les deux ions seront décorrélés s'ils sont distants de plus d'une longueur d'écran. Lorsque leur vitesse est faible devant la vitesse moyenne électronique, le champ perturbateur créé par les ions peut être considéré comme statique, les corrélations sont négligeables si les deux ions sont trop loin pour se "voir". C'est le cas dès que les deux ions sont éloignés l'un de l'autre d'une distance supérieure à la distance d'écran du plasma:

- Dans un plasma classique, la distance de séparation sera donc [57],

$$\lambda_D = \frac{k_B T}{2\pi N_e e^2}.$$

- Dans un plasma dégénéré, elle vaudra a_0 , le rayon de Bohr [61].

Dans le régime des hautes vitesses, nous pouvons analytiquement déterminer la distance d'écrantage "moyenne"; on sait en effet que le phénomène d'écrantage n'est pas isotrope dans le régime dynamique. En procédant comme pour le problème 3D, on écrira que l'intégrale (5.65) sera négligeable dès que,

$$2k_F R Z_{min} = 2k_F R \frac{\pi \chi^2}{2(V/V_F)^2} \gg 1 \iff R \gg R_d,$$

avec,

$$R_d = a_0 \left(\frac{V}{V_F} \right)^2. \quad (5.67)$$

R_d est donc la distance d'écrantage dynamique du plasma 2D, a_0 désignant le rayon de Bohr. Z_{min} désigne la plus petite valeur de z appartenant à la courbe de résonance et au domaine d'intégration impliqué dans le calcul du pouvoir d'arrêt (voir Fig.5.2).

5.3.3 Etude analytique

Nous passons maintenant à l'étude analytique du nombre d'arrêt L_c . Nous procédons de la même manière que pour L_p ; on utilise l'approximation plasmon-pôle pour le régime des hautes vitesses tandis que l'on effectue un développement des intégrands lorsque la vitesse est faible.

Haute vitesse

En utilisant l'approximation plasmon-pôle (5.32) de la fonction perte, l'expression (5.65) de L_c devient,

$$L_c = \frac{3\pi}{2} \frac{V}{V_F} \int_{Z_1}^1 \frac{J_0\left(t \frac{R}{R_c}\right)}{\sqrt{1-t^2}} dt + \frac{3\pi^2}{4} \frac{\chi^2}{A_0^2} K_c(V/V_F), \quad (5.68)$$

avec $Z_1 = \pi \chi^2 / 2A_0^2$, $R_c = \hbar / 2m_e V$ et $R_d = a_0 (V/V_F)^2$. La fonction K_c est définie par,

$$K_c(x) = \frac{1}{x^2} \int_1^{x^2} \sqrt{\frac{t}{t-1}} J_0\left(\frac{R}{R_d} t\right) dt.$$

La partie corrélée du nombre d'arrêt se trouve ainsi être la somme des contributions des excitations de plasmons et de paires électron-trous. Comme nous l'avons vu lors de l'étude du freinage d'une charge ponctuelle, la perte d'énergie provoquée par les excitations de plasmons est proportionnelle à χ^2/A_0^2 est négligeable. Afin d'obtenir une expression approchée de L_c , nous allons poser $\chi^2/A_0^2 \approx 0$ dans l'équation (5.68). Il vient ainsi [66],

$$L_c \approx \frac{3\pi}{2} \frac{V}{V_F} \int_0^1 \frac{J_0\left(t \frac{R}{R_c}\right)}{\sqrt{1-t^2}} dt = \frac{3\pi^2}{4} \frac{V}{V_F} J_0^2\left(\frac{R}{2R_c}\right). \quad (5.69)$$

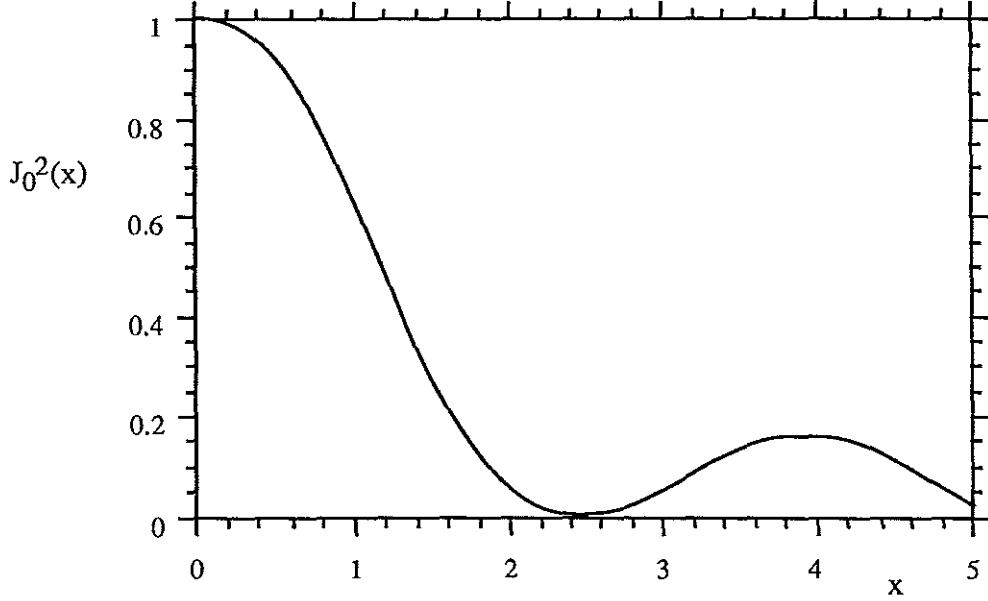


Figure 5.6: Courbe représentative de la fonction $J_0^2(x)$. Le rapport L_c/L_p vaut $J_0^2(R/2R_c)$ à haute vitesse et $J_0^2(2k_F R)$ à basse vitesse et température nulle.

Le terme dominant, L_p , du nombre d'arrêt à haute vitesse pour une charge ponctuelle est donné par (voir Eq.5.45),

$$L_p = \frac{3\pi^2}{4} \left(\frac{V}{V_F} \right) + O(1).$$

Le rapport L_c/L_p vaut ainsi $J_0^2(R/2R_c)$. Nous avons représenté la fonction $J_0^2(x)$ sur la figure (5.6).

Basse vitesse

La méthode de calcul employée pour parvenir à l'expression (5.52) du nombre d'arrêt pour une charge ponctuelle à basse vitesse s'applique aussi ici, on a alors

$$L_c = \frac{3}{8} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^\infty \frac{-z \left(\frac{\partial f_2}{\partial u} \right)_{u=0} J_0(2k_F R z)}{[z - \chi^2 f_1(z, 0)/4z]^2} dz. \quad (5.70)$$

On détermine les expressions limites à haute et basse température de la même manière que dans le cas ponctuel,

$$L_{c, T_e \gg 1} = \frac{3\pi^{3/2}}{2T_e} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u^2} J_0(2k_F T_e^{1/2} R u) du}{(u + A)^2}, \quad (5.71)$$

avec,

$$A = \frac{k_D}{2k_F T_e^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\pi}{T_e}} \frac{N_e^{1/2} e^2}{k_B T} \ll 1.$$

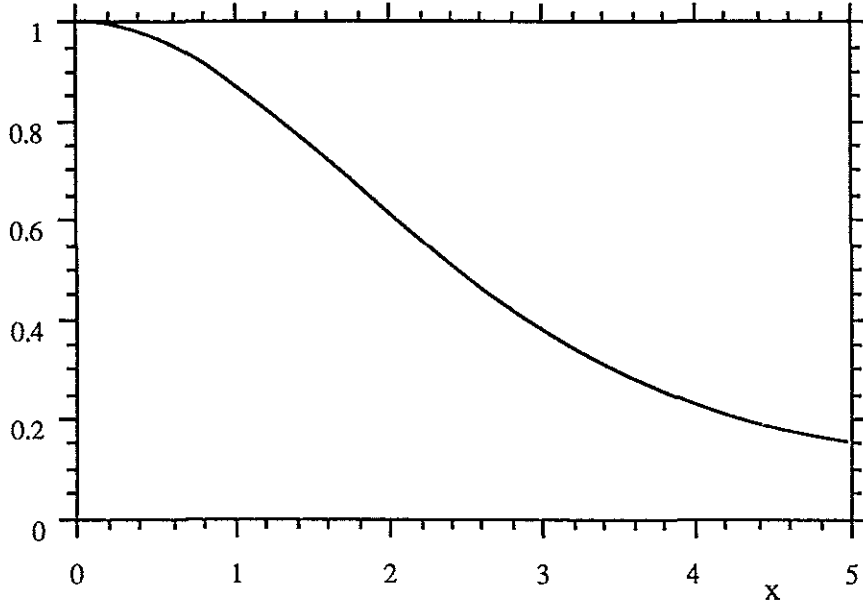


Figure 5.7: Courbe représentative de la fonction $f(x)=\exp(-x^2/8)I_0(x^2/8)$.

Dans la limite $A \rightarrow 0$, cette expression s'écrit [66],

$$L_{c,T_e \gg 1} = \frac{3\pi^2}{4T_e} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \exp \left[-\frac{(2k_F T_e^{1/2} R)^2}{8} \right] I_0 \left[\frac{(2k_F T_e^{1/2} R)^2}{8} \right],$$

I_0 étant la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0. On trouvera la courbe représentative de la fonction $f(x)=\exp(-x^2/8)I_0(x^2/8)$ sur la figure (5.7).

A température nulle, on a

$$L_{c,T=0} = \frac{3\pi}{4} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 \int_0^1 \frac{z^2 J_0(2k_F R z) dz}{\sqrt{1-z^2} [z + \pi\chi^2]^2}.$$

Par rapport à l'équation (5.57), nous avons remplacé la quantité $f_1(z,0)/4z$ par sa limite en $z = 0$, c'est-à-dire $-\pi$ (voir Eq.5.53). Dans la limite des hautes densités, $\chi^2 \rightarrow 0$, et il vient [66]

$$L_{c,T=0} \approx \frac{3\pi^2}{8} \left(\frac{V}{V_F} \right)^3 J_0^2(2k_F R), \quad (5.72)$$

la fonction $J_0^2(x)$ étant représentée sur la figure (5.6).

Appendice 5.A

Nous effectuons ici le calcul de la fonction définie en (5.14),

$$f(x) = \lim_{\eta' \rightarrow 0} \int_0^\infty q n^\circ(q) dq \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{x - q \cos \theta + i \eta'}$$

Evaluons pour débiter la fonction,

$$g(x) = \frac{1}{x} \lim_{\eta' \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - \frac{q}{x} \cos \theta + i \frac{\eta'}{x}}$$

Il faut ici prendre garde au signe de la quantité tendant vers zéro; en effet, selon que x est positif ou négatif la quantité η'/x tend vers zéro par valeur positive ou négative. Ainsi la formule de Plemlej s'écrivant,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x \pm i\varepsilon} = PP \frac{1}{x} \mp i\pi \delta(x),$$

on calcule pour tout x réel:

$$\operatorname{Re}[g(x)] = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \frac{2\pi}{\sqrt{x^2 - q^2}} & \text{si } |x| > |q|, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

et

$$\operatorname{Im}[g(x)] = \begin{cases} \frac{-2\pi}{\sqrt{q^2 - x^2}} & \text{si } |x| < |q|, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La fonction $f(x)$ vaut ainsi,

$$f(x) = 2\pi \frac{x}{|x|} \int_0^x \frac{q n^\circ(q) dq}{\sqrt{x^2 - q^2}} - 2i\pi \int_x^\infty \frac{q n^\circ(q) dq}{\sqrt{q^2 - x^2}},$$

conformément à l'équation (5.14).

Appendice 5.B

Nous démontrons ici le résultat (5.53).

Puisque $f_2(z, u = 0) = 0$, nous pouvons écrire à partir de l'équation (5.49),

$$\epsilon(z, u = 0) = 1 - \frac{\pi\chi^2}{4z^2} f_1(z, u = 0),$$

ce qui prouve que,

$$z - \frac{\chi^2}{4z} f_1(z, 0) = z\epsilon(z, u = 0).$$

L'équation (5.23) nous donne par ailleurs

$$\epsilon(z, u = 0) = 1 + \frac{\pi\chi^2}{z^2} \int_0^z \frac{qn^\circ(q)}{(z^2 - q^2)^{1/2}} dq.$$

On a alors (formule de la moyenne),

$$\epsilon(z, u = 0) = 1 + \frac{\pi\chi^2}{z^2} n^\circ(z\theta_z) \int_0^z \frac{q dq}{(z^2 - q^2)^{1/2}},$$

avec $0 < \theta_z < 1$. Il vient ainsi,

$$\epsilon(z, u = 0) = 1 + \frac{\pi\chi^2}{z^2} n^\circ(z\theta_z)z,$$

et

$$\epsilon(z \approx 0, u = 0) \approx 1 + \frac{\pi\chi^2}{z} n^\circ(0),$$

puisque $n^\circ(z\theta_z) \rightarrow n^\circ(0)$ quand $z \rightarrow 0$ (car $0 < \theta_z < 1$). On achève de prouver le résultat en remarquant avec l'équation (5.11) que,

$$n^\circ(0) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-\alpha}{T_e}\right)} = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha^e)}.$$

Conclusion

Nous avons décrit, dans la première partie de ce travail, le phénomène de ralentissement corrélé d'un agrégat de charges par les électrons libres d'un plasma faiblement couplé, dégénéré ou non. Il a fallu utiliser un formalisme permettant de traiter le freinage d'une charge de forme quelconque pour déterminer de manière précise et rigoureuse les critères de comportement ponctuel ou décorrélé de deux charges. Ce même formalisme nous a permis d'obtenir des expressions asymptotiques du pouvoir d'arrêt à haute et basse vitesse pour une charge à symétrie sphérique.

Cette théorie a par la suite été appliquée au calcul du freinage d'un di-cluster orienté aléatoirement, d'un ion dont le nuage électronique n'est pas supposé ponctuel, d'une chaîne d'ions alignée selon sa vitesse de pénétration dans le plasma et enfin d'une molécule type C_{60} . Le cas du di-cluster a fait apparaître de manière très synthétique les distances de séparation et de coagulation. La prise en compte de l'extension du nuage électronique dans le freinage d'un ion s'avère provoquer une augmentation importante du pouvoir d'arrêt dans un plasma très énergétique. Le freinage de la chaîne d'ions a permis, dans la limite haute vitesse, d'illustrer la non-isotropie du phénomène d'écrantage dynamique. Enfin, notre calcul du freinage du "footballrène" peut constituer une base théorique pour des expériences de ralentissement du C_{60} . Pour ce qui est de la dispersion en énergie, on a observé une grande similitude qualitative de l'effet des corrélations avec celui qu'elles ont sur le ralentissement.

Enfin, un modèle simple d'interface plasma-vide nous a permis d'étudier la déformation d'une couronne d'ions lors de sa traversée de la frontière du plasma. Nous avons déterminé un critère de "non-déformation" de la couronne, valable pour la géométrie étudiée. Une simulation numérique a été utilisée pour constater la pertinence de ce critère ainsi que l'évolution de la couronne dans le cas d'une déformation très importante.

Dans une seconde partie, nous avons considéré l'interaction entre des ions et un gaz d'électrons confinés dans un plan. Le calcul de la constante diélectrique à toute température dans la limite du couplage faible nous a conduit à des expressions approchées pour le pouvoir d'arrêt à faible vitesse, ainsi qu'au terme dominant du pouvoir d'arrêt à haute vitesse et toute température; ce résultat montre une très importante divergence quantique (\hbar^{-1}) ainsi qu'une indépendance vis-à-vis de la masse d'un électron du gaz. Un calcul semi-quantitatif confirme ces deux tendances. Enfin, en suivant un plan d'étude voisin de celui employé dans le cas du plasma non confiné, nous avons conduit l'analyse du freinage du di-cluster dans le gaz confiné.

201

202

203

204

205

Références

- [1] S. O. Dean, Ed. *Prospects for Fusion Power*, (Elmsford, N. Y., Pergamon Press, 1981).
- [2] D. Keefe, *Ann. Rev. Nucl. part. Sci.*, 32, 391 (1982).
- [3] G. Maynard, Thèse de troisième cycle, Orsay (1982).
Voir aussi, G. Maynard, C. Deutsch, *J. Phys. (Paris)* 46, 1113 (1985).
- [4] P. Sigmund, D. Fu, *Phys. Rev. A* 25, 1450 (1982).
- [5] T. Peter, Y. Meyer-ter-Vehn, *Phys. Rev. A* 43, 1998 (1991).
- [6] C. Deutsch, *Laser Part. Beams* 8, 541 (1990) et 10, 315 (1992).
- [7] Voir *Pour la Science*, Mars 1993, P 74.
- [8] N. Bohr, *Phil. Mag.* 25, 10 (1913).
- [9] H. A. Bethe, *Ann. Physik* 5, 325 (1930).
- [10] F. Bloch, *Ann. Physik* 16, 287 (1933).
- [11] U. Fano, *Annu. Rev. Nucl. Sci.* 13, 1 (1963).
- [12] X. Garbet, Thèse de troisième cycle, Orsay (1984).
Voir aussi, X. Garbet, C. Deutsch, G. Maynard, *J. Appl. Phys.*, 61, 907 (1987).
- [13] G. Maynard, Thèse de Doctorat d'Etat, Orsay (1987).
- [14] N. Bohr, *Phil. Mag.* 30, 581 (1915).
- [15] J. Lindhard, *K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 28 No. 8 (1954).
- [16] E. Fermi, *Phys. Rev.* 57, 485 (1940).
- [17] H. A. Kramers, *Physica* 13, 401 (1947).
- [18] N. Bohr, *K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 18 No. 8 (1948).
- [19] W. Brandt, A. Ratkowski, R. H. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.*, 33, 1325 (1974).
- [20] J. C. Eckart, G. H. Lantschner, N. R. Arista, R. A. Baragiola, *J. Phys. C*, 11, L851 (1978).

- [21] M. F. Steuer, D. S. Gemmel, E. P. Kanter, E. A. Johnson, B. J. Zabransky, IEEE Trans. Nucl. Sci., 30, 1069 (1983).
- [22] M. F. Steuer, R. H. Ritchie, NIM-B, 33, 170 (1988).
- [23] E. Ray, R. Kirsch, H. H. Mikkelsen, J. C. Poizat, J. Remillieux, NIM-B, 69, 133 (1992).
- [24] W. H. Barkas, J. W. Dyer, H. H. Heckman, Phys. Rev. Lett. 11, 26 (1963).
- [25] P. Nozière, D. Pines, *The Theory of Quantum Liquids*, Vol.1, (Benjamin, New York, 1966).
- [26] H. H. Mikkelsen, à paraître dans *Proc. Int. Conf. on Polyatomic Ion Impact on Solids and Related Phenomena*, (Saint-Malo, France, Juin 1993), NIM-B (1994).
- [27] J. C. Ashley, R. H. Ritchie, W. Brandt, Phys. Rev. B 5, 2393 (1972).
- [28] P. Nozière, *Le Problème à N Corps*, (Dunod, Paris, 1964).
- [29] B. D. Fried, S. D. Conte, *The plasma Dispersion Function*, (Academic Press, New York, 1961).
- [30] C. Gouédard, Thèse de troisième cycle, Orsay, (1977).
Voir aussi, C. Gouédard, C. Deutsch, J. Math. Phys. 19, 32 (1978).
- [31] N. R. Arista, Phys. Rev. B 18, 1 (1978).
- [32] W. Brandt, M. Kitagawa, Phys. Rev. B 25, 5631 (1982).
- [33] E. Esbensen, P. Sigmund, Ann. Phys. Vol. 201, No.1, 152 (1990).
- [34] A. Bret, C. Deutsch, Phys. Rev. E 47, 1276 (1993).
- [35] G. Basbas, R. H. Ritchie, Phys. Rev. A 25, 1943 (1982).
- [36] P. M. Echenique, R. H. Ritchie, W. Brandt, Phys. Rev. B 20, 2567 (1979).
- [37] J. Friedel, Nuovo Cimento, 1, 287, Suppl.2 (1958).
- [38] N. Arista, A. Gras-Martí, J. Phys. C, 3, 7931 (1991).
- [39] I. Abril, M. Vicanek, A. Gras-Martí, N. Arista, NIM-B, 67, 56 (1992).
- [40] M. Vicanek, I. Abril, N. Arista, A. Gras-Martí, Phys. Rev. A 46, 5745 (1992).
- [41] J. Jensen, H. H. Mikkelsen, P. Sigmund, poster présenté à la conférence *Polyatomic Ion Impact on Solids and Related Phenomena*, Saint-Malo, Juin 1993.
- [42] J. Lindhard, A. Winther, Mat. Fys. Medd., 34, No.4 (1964).
- [43] Y. K. Kim, K. T. Cheng, Phys. Rev. A 22, 61 (1980).

- [44] O. H. Crawford, Phys. Rev. A 39, 4432 (1989).
- [45] N. Barberán, P. M. Echenique, J. Phys. B 19, L81 (1986).
- [46] A. Arnau, P. M. Echenique, NIM-B, 42, 165 (1989).
- [47] C. Deutsch, G. Maynard, Phys. Rev. A 40, 3209 (1989).
- [48] R. H. Garvey, A. E. S. Green, Phys. Rev. A 13, 931 (1976).
- [49] A. E. S. Green, D. L. Sellin, A.S Zachor, Phys. Rev. A 184, 1 (1969).
- [50] R. H. Garvey, C. H. Jackman, A. E. S. Green, Phys. Rev. A 12, 1144 (1975).
- [51] J. D'Avanzo, M. Lontano, P. F. Bortignon, Phys. Rev. E 47, 3574 (1993).
- [52] D. Pines, *Elementary Excitations in Solids*, (Benjamin, New York, 1963).
- [53] N. R. Arista, W. Brandt, Phys. Rev. A 23, 1898 (1981).
- [54] J. R. Smith, Phys. Rev. 181, 522 (1969).
- [55] P. Ballone, G. Senatore, M. P. Tosi, Lett. Nuovo Cimento, 31, 619 (1981).
- [56] D. M. Newns, Phys. Rev. B 1, 3304 (1970).
- [57] A. L. Fetter, Phys. Rev. B 10, 3739 (1974).
- [58] P. M. Platzman, N. Tzoar, Phys. Rev. B 13, 3197 (1976).
- [59] F. Stern, Phys. Rev. Lett. 18, 546 (1967).
- [60] M. W. Cole, Rev. Mod. Phys. 46, 451 (1974).
- [61] R. K. P. Zia, J. Phys. C : Solid State Phys. 6, 3121 (1973).
- [62] L. Landau, E. Lifchitz, *Physique Statistique*, première partie, (Mir, 1984).
- [63] A. Bret, C. Deutsch, Phys. Rev. E 48, 2994 (1993).
- [64] E. Fermi, *Lecture Note on Nuclear Physics*, (Chicago University Press, Chicago, 1956), p. 27.
- [65] W. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, (John Wiley & Sons, Inc., 1962).
- [66] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, (Academic Press, London, 1980).

Publications

- **Stopping power of extended cluster and ion charge distributions in an arbitrarily degenerate electron fluid**
A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev E 47, 1276 (1993).
- **Straggling of an extended charge distribution in a partially degenerate plasma**
A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev E 48, 2989 (1993).
- **Dielectric response function and stopping power of a two-dimensional electron gas**
A. Bret and C. Deutsch, Phys. Rev E 48, 2994 (1993).
- **Ion stopping in two-dimensional electron layers**
A. Bret and C. Deutsch, Europhys. Lett. 25 (4), 291 (1994).
- **Stopping power and straggling of an extended charge in a free-electron gas**
A. Bret, à paraître dans *Proc. Int. Conf. on Polyatomic Ion Impact on Solids and Related Phenomena*, (Saint-Malo, France, Juin 1993), NIM-B (1994).

RESUME

L'objet de cette étude est l'analyse des effets de voisinage lors du ralentissement d'un agrégat dans un gaz d'électrons libres à température quelconque.

On expose tout d'abord le formalisme de la réponse linéaire employé pour l'étude du problème. On détermine ensuite d'une manière générale les distances limites de comportement ponctuel ou séparé ainsi que des expressions analytiques du pouvoir d'arrêt dans divers domaines de température et de vitesse.

On applique ensuite ce formalisme au calcul du freinage d'un dimère, d'un ion non ponctuel, d'une molécule de carbone soixante et enfin d'une chaîne de N ions orientée selon sa vitesse dans un gaz.

On examine ensuite l'influence des effets de voisinage sur la dispersion en énergie puis on développe un modèle sommaire d'étude de la déformation d'une couronne à l'interface plasma-vide.

Enfin, on étudie le freinage dans un gaz d'électrons confinés dans un plan. Après en avoir calculé la constante diélectrique à toute température dans l'Approximation de la Phase Aléatoire, on calcule le pouvoir d'arrêt d'un tel gaz.

MOTS CLES : Pouvoir d'arrêt – Corrélations – Formalisme diélectrique – Jellium 2D